

SỬ DỤNG ĐƯỜNG CONG CATMULL-ROM HƯỚNG TÂM TRONG BIỂU DIỄN VÀ TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG BAY

Nguyễn Quang Hải

Phòng thí nghiệm Công nghệ thông tin và Tự động hóa, Viện Ứng dụng Công nghệ

Tóm tắt: Bài báo này giới thiệu phương pháp biểu diễn và tính vận tốc gần đúng của đường bay trong ứng dụng hỗ trợ huấn luyện tiêu đồ tổng hợp sử dụng đường cong Catmull-Rom hướng tâm.

Từ khóa: Catmull-rom, đường bay, bản đồ ô vuông.

I. MỞ ĐẦU

Khi quản lý không phận các trung tâm giám sát bay luôn có nhu cầu biểu diễn quỹ đạo di chuyển của đối tượng từ tham số phương vị-cự ly-độ cao do radar cung cấp. Ở bài toán ngược lại, khi cần đào tạo các học viên liên quan đến giám sát không phận cũng cần phải tạo ra các đường bay giả định từ đó sinh ra các điểm thông tin giả phóng dữ liệu phương vị cự ly của radar để học viên thực hành. Trước đây việc tạo chuỗi thông tin về đường bay thường được thực hiện trên các bản đồ 2 chiều trên có vẽ lưới ô vuông nên gọi là bản đồ ô vuông. Trên bản đồ này giáo viên vẽ đường bay bằng tay sau đó đánh dấu trên đường bay các điểm nút cách đều nhau. Các điểm nút này sẽ là điểm tạo thông báo về đường bay. Khoảng cách giữa các điểm nút phụ thuộc vào tốc độ giả định của đối tượng và thời gian nghỉ giữa các lần thông báo. Công việc trên được thực hiện thủ công nên thường mất nhiều thời gian, công sức và rất khó sửa đổi, căn chỉnh. Hiện nay nhờ các ứng dụng công nghệ thông tin, trong đó có phần mềm Tiêu đồ Tổng hợp, nên công việc này đã được đơn giản rất nhiều. Khi sử dụng phần mềm tiêu đồ tổng hợp để soạn thảo đường bay, giáo viên chỉ cần đánh dấu tọa độ và các điểm kiểm soát của đường bay trên bản đồ ô vuông, ứng dụng sẽ thực hiện các công việc tự kết nối giữa các điểm kiểm soát để vẽ thành đường bay hoàn chỉnh. Để sinh ra các chuỗi thông báo về đường bay, giáo viên cần cài đặt tốc độ trung bình và thời gian dẫn cách giữa các lần thông báo, chương trình sẽ nội suy ra các điểm thông báo cách đều trên quỹ đạo bay đã được tạo ra.

Bài báo này trình bày giải pháp ứng dụng đường cong Catmull-Rom hướng tâm để nội suy ra quỹ đạo bay từ chuỗi các điểm kiểm soát đã biết, sau đó tính tương đối độ dài của quỹ đạo theo vị trí trên Trái đất được sử dụng trong ứng dụng tiêu đồ tổng hợp.

II. ĐƯỜNG CONG CATMULL-ROM HƯỚNG TÂM

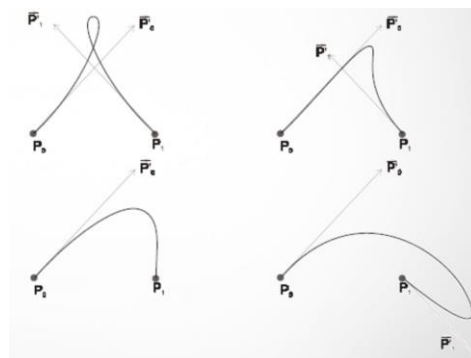
Để nối giữa hai điểm cho trước không trùng nhau là p_0 - điểm khởi đầu và p_1 - điểm kết thúc, người ta thường sử dụng đa thức Hermite bậc ba [1]:

$$p(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1)p_0 + (t^3 - 2t^2 + t)m_0 + (-2t^3 + 3t^2)p_1 + (t^3 - t^2)m_1 \quad (1)$$

Trong đó $t \in [0, 1]$, $t=0$ tương ứng với p_0 , $t=1$ tương ứng với p_1 ; m_0 , m_1 là tiếp tuyến tại $t=0$ và $t=1$. Với p_0 và p_1 đã biết, việc lựa chọn tiếp tuyến m_0 , m_1 khác nhau sẽ cho các đường cong khác nhau. Trong trường hợp có một tập hợp dữ liệu đầu vào (x_k, p_k) , với $k=1, \dots, n$, các tiếp tuyến tại điểm k có thể tính bằng nhiều công thức nội suy khác nhau, trong đó có công thức nội suy kinh điển:

$$m_k = (1-c) \frac{p_{k+1} - p_{k-1}}{x_{k+1} - x_{k-1}} \quad (2)$$

với c là tham số căng có giá trị từ 0 đến 1.



Hình 1. Một số đường nội suy Hermite

Khi $c=0.5$, ta có đường cong Catmull-Rom (đặt theo tên của Edwin Catmull và Raphael Rom [3]). Theo Catmull-Rom, với 4 điểm cho trước là P_0 , P_1 , P_2 , P_3 , ta có thể vẽ đường cong nối giữa hai điểm P_1 , P_2 theo các bước:

$$\begin{aligned} C &= \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} B_1 + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} B_2 \\ B_1 &= \frac{t_2 - t}{t_2 - t_0} A_1 + \frac{t - t_0}{t_2 - t_0} A_2 \\ B_2 &= \frac{t_3 - t}{t_3 - t_1} A_2 + \frac{t - t_1}{t_3 - t_1} A_3 \\ A_1 &= \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0} P_0 + \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} P_1 \\ A_2 &= \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} P_1 + \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} P_2 \\ A_3 &= \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} P_2 + \frac{t - t_2}{t_3 - t_2} P_3 \end{aligned}$$

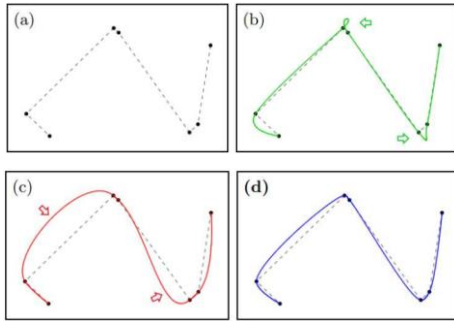
$$t_{i+1} = \left[\sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \right]^\alpha + t_i \quad (3)$$

Tác giả liên hệ: Nguyễn Quang Hải,

Email: mknguyen99@gmail.com

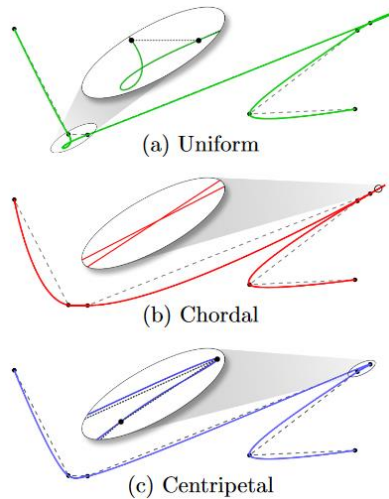
Đến tòa soạn: 12/2021, chỉnh sửa: 01/2022, chấp nhận đăng: 01/2022.

với $\alpha \in [0,1]$, $i=0,1,2,3,\dots$ và $t_0=0$. Với giá trị tham số $\alpha=0$ ta có đường cong đồng dạng (uniform); với $\alpha=1$ ta có đường dây cung (chordal), còn với $\alpha=0.5$ ta có đường hướng tâm (centripetal):



Hình 2. a) Các điểm cần nối đường cong; b) Tham số đồng dạng ($\alpha=0$); c) dây cung ($\alpha=1$); d). Hướng tâm ($\alpha=0.5$)

Các đỉnh nhọn và điểm tự giao cắt rất phổ biến với các đường cong Catmull–Rom đối với hầu hết các lựa chọn tham số đồng dạng. Trên thực tế Yuksel [4] đã chứng minh bằng lý thuyết và thực nghiệm, rằng chỉ có tham số đồng dạng hướng tâm ($\alpha=0.5$) là tham số duy nhất đảm bảo không có đỉnh nhọn và điểm tự giao cắt:



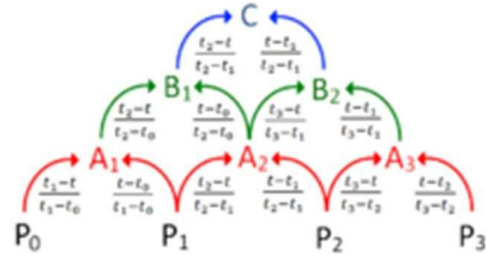
Hình 3. Tham số α ảnh hưởng đến đỉnh nhọn và tự giao cắt: a) đồng dạng ($\alpha=0$); b) dây cung ($\alpha=1$); c). Hướng tâm ($\alpha=0.5$)

Yuksel đã đưa ra kết luận: “Chúng tôi chứng minh về mặt toán học rằng tham số hóa hướng tâm của đường cong Catmull–Rom đảm bảo rằng các đoạn đường cong không thể tạo thành các đỉnh nhọn hoặc các giao điểm cục bộ, trong khi các đặc điểm không mong muốn như vậy có thể được tạo thành với tất cả các tham số hóa khả thi khác trong lớp này.” (theo Yuksel et al. [4], Phần 1: “Giới thiệu”).

III. ỨNG DỤNG CATMULL-ROM HƯỚNG TÂM TRONG PHẦN MỀM TIÊU ĐỘ TỔNG HỢP

Phần mềm Tiêu độ Tổng hợp là một sản phẩm công nghệ thông tin dùng để hỗ trợ soạn thảo đường bay, kịch bản bay, và tổng hợp thành các bản tin phục vụ công tác huấn luyện tiêu độ. Các tình huống có thể mô tả với độ chính xác vừa phải. Chính vì vậy chương trình tiêu độ tổng hợp lựa chọn đường Catmull-Rom hướng tâm ($\alpha=0.5$) để làm cơ sở nội suy quỹ đạo bay vì: 1) nó tạo ra đường cong

trơn mượt, không có các đỉnh nhọn; 2) Đường hướng tâm luôn bảo đảm không bị giao cắt nội tại; 3) nó sử dụng trực tiếp các điểm kiểm soát để nội suy ra quỹ đạo. 4) đường cong chỉ bị ảnh hưởng bởi các điểm cục bộ lân cận; 5) Có thể tăng độ chính xác của các đường bay bằng cách tăng số điểm trên quỹ đạo bay. 6) Đã được Barry và Goldman [5] cung cấp dưới dạng đa thức nên rất dễ chuyển đổi và tính toán;

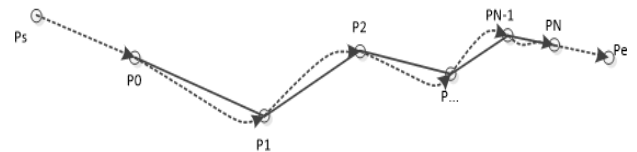


Hình 4. Mô hình đa thức hình kim tự tháp của Barry và Goldman.

IV. BIỂU DIỄN QUỸ ĐẠO BAY BẰNG CATMULL-ROM HƯỚNG TÂM

Giả thiết trên bản đồ ta có tập hợp các điểm kiểm soát đối với một đường bay là $P_0, P_1, P_2, \dots, P_N$. Để tính khoảng cách theo đường cong Catmull-Rom hướng tâm từ điểm P_0 đến P_N ta cần:

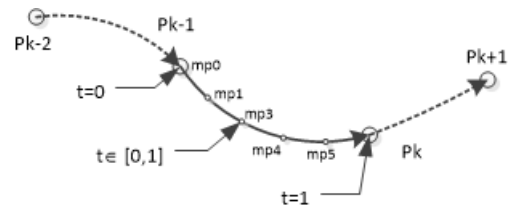
1) Bổ sung điểm bắt đầu và kết thúc đường cong. Theo Catmull-Rom ta luôn tính được các điểm trung gian nằm giữa hai điểm bất kỳ P_{k-1}, P_k , từ 4 điểm $P_{k-2}, P_{k-1}, P_k, P_{k+1}$ (với $k=0-N$). Để nội suy đường cong giữa điểm đầu P_0 và P_1 ta cần bổ sung điểm P_s trên đường kéo dài đường nối P_1 và P_0 . Tương tự ta bổ sung điểm cuối P_e nằm trên đường kéo dài P_{N-1} và P_N (hình vẽ sau, trong đó đường chấm biểu diễn đường cong nội suy).



Hình 5. Bổ sung điểm bắt đầu và kết thúc đường cong

2) tính các hệ số của đa thức Hermite bậc ba của từng đoạn P_{k-1}, P_k theo Catmull-Rom hướng tâm;

3) Chia đường cong nội suy đoạn P_{k-1}, P_k thành các phần nhỏ bằng tập hợp các điểm trung gian;



Hình 6. Chia đoạn P_{k-1}, P_k thành các phần nhỏ

4) Sử dụng các điểm trung gian để tính khoảng cách và biểu diễn đường cong trên màn hình.

Quy trình nội suy ra các điểm trung gian nằm giữa hai điểm P_{k-1} , P_k , từ 4 điểm P_{k-2} , P_{k-1} , P_k , P_{k+1} theo Catmull-Rom hướng tâm như sau:

Bước 1: khởi tạo các tham số:

$catmull_alpha=0.5$;

$catmull_tension=0$;

Khoảng cách giữa hai điểm trung gian tối thiểu: $deltaD=3$;

Bước 2: Xác định các điểm mốc QPointF p_1 , p_2 , p_3 , p_4 ; trong đó p_1 , p_4 là các điểm hỗ trợ tính hệ số đường cong; p_2 , p_3 là các điểm nối đường cong; Với $k=0$: $p_1=P_s$; $p_2=P[0]$; $p_3=P[1]$; $p_4=P[2]$; Với $k=N$: $p_1=P[n-2]$; $p_2=P[N-1]$; $p_3=P[N]$; $p_4=P_e$; Còn lại $p_1 = P[k-2]$; $p_2 = P[k-1]$; $p_3 = P[k]$; $p_4 = P[k+1]$;

Bước 3: tính các tham số A_1, A_2, A_3 , B_1 , B_2, C của công thức Catmull-Rom hướng tâm;

Bước 4: tính các tham số m_0 , m_1 của đa thức Hermite dựa trên các tham số Catmull-Rom [8,9];

Bước 5: Tính số lượng điểm trung gian cần tạo $segmentCount$;

Bước 6: Tính tọa độ các điểm trung gian dựa theo công thức Hermite.

Bước 7: Trả về danh sách các điểm trung gian.

Kết thúc tính toán ta các tập hợp các điểm trung gian trong $midPoints$. Nối bằng đường thẳng giữa điểm đầu, các điểm trung gian, điểm cuối ta có được quỹ đạo và khoảng cách giữa hai điểm P_{k-1} , P_k .

V. TÍNH KHOẢNG CÁCH VÀ VẬN TỐC TƯƠNG ĐỐI BẰNG CATMULL-ROM HƯỚNG TÂM

Các quỹ đạo bay được biểu diễn trên màn hình máy tính. Đơn vị tính toán tọa độ là pixels. Vì quỹ đạo bay nằm trên diện tích lớn nên để chuyển pixels sang độ dài thực địa trên Trái Đất ta cần thêm hệ số khoảng cách và công thức bù theo vĩ độ.

Do máy bay có độ cao khác nhau và bề mặt Trái đất cũng không thực sự bằng phẳng nên tỷ lệ độ dài đường bay so với thực địa (bề mặt Trái đất) là không đồng nhất. Đối với độ dài vĩ tuyến (chiều Bắc-Nam), sự thay đổi là không đáng kể (~0.3%) nhưng đối với độ dài kinh tuyến (chiều Đông-Tây), tỷ lệ sai lệch là rất lớn và không tuyến tính (xem bảng sau với giả thiết đường kính xích đạo bằng 40.000km [6]):

BẢNG 1. THAY ĐỔI CHIỀU DÀI KINH TUYẾN THEO VĨ ĐỘ

Vĩ độ	Chu vi mặt cắt	Chiều dài	Sai lệch so 0°	Ghi chú
độ	km	km/kinh tuyến	%	
0°	40,000.000	111.111	0.00%	Xích đạo
10°	39,392.310	109.423	1.52%	TP HCM
15°	38,637.033	107.325	3.41%	Quảng Nam
21°	37,343.217	103.731	6.64%	Hà Nội
25°	36,252.311	100.700	9.37%	Côn Minh - TQ

Vì có độ sai lệch lớn về độ dài kinh tuyến theo vĩ độ, trong tính toán khoảng cách giữa hai điểm tọa độ gần nhau trên thực địa ta cần bổ sung hệ số điều chỉnh trong việc tính độ rộng của một kinh độ tại vĩ độ φ :

$$L\varphi = \frac{\pi}{180} \cos(\varphi) Mr \quad (4)$$

trong đó Mr là bán kính trung bình của Trái Đất xấp xỉ bằng 6.367.449 m

Độ rộng của một kinh độ tại vĩ độ φ với hiệu ứng dẹt của Trái đất, ta có công thức:

$$L\varphi = \frac{\pi}{180} \cos(\varphi) \frac{\sqrt{a^4 \cos(\varphi)^2 + b^4 \sin(\varphi)^2}}{\sqrt{(a \cos(\varphi))^2 + (b \sin(\varphi))^2}} \quad (5)$$

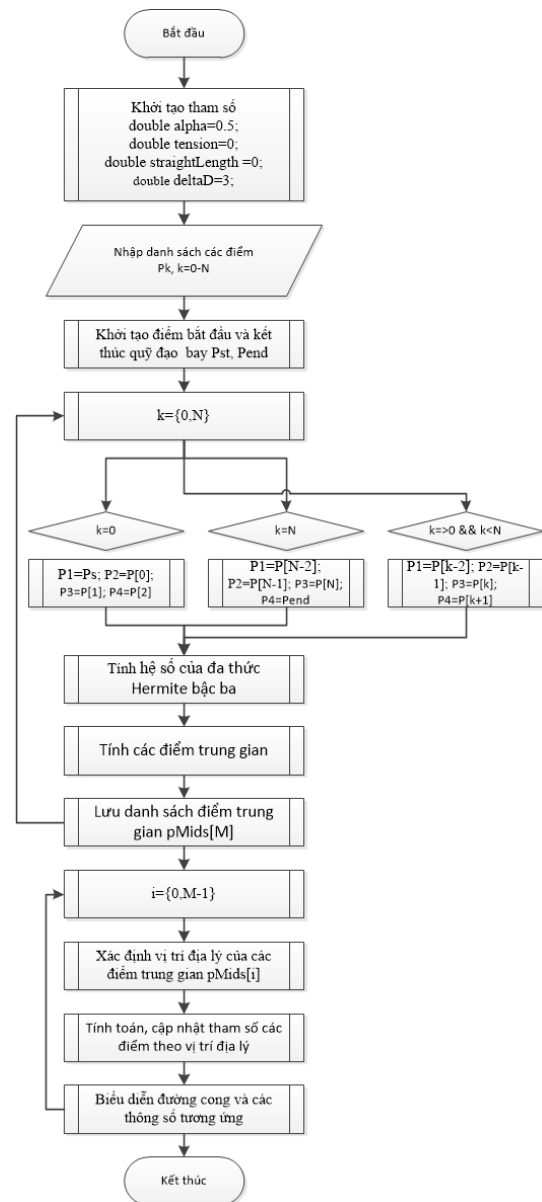
trong đó các bán kính xích đạo và cực của Trái Đất, a , b lần lượt bằng 6.378.137 m, 6.356.752,3 m.

Đối với những phần mềm không đòi hỏi độ chính xác cao ta sẽ dùng công thức (4); khi đó tại vĩ độ φ , kinh độ λ đối với vector khoảng cách D_x (chiều Đông-Tây), D_y (chiều Nam-Bắc),

$$D = \sqrt{(K\varphi * Dx)^2 + (K\lambda * Dy)^2} \quad (6)$$

Trong đó $K\lambda \approx 1.0$ và $K\varphi \approx \cos(\varphi)$.

Toàn bộ quy trình từ lúc nội suy các đường cong catmull-rom đến lúc biểu diễn trên màn hình được thể hiện ở hình vẽ sau:



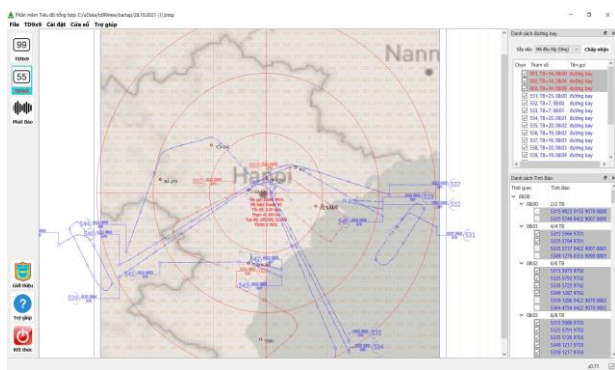
Hình 7. Quy trình tính và biểu diễn đường cong

VI. KẾT QUẢ ỨNG DỤNG

Phần mềm Tiêu đồ Tổng hợp là một sản phẩm công nghệ thông tin dùng để hỗ trợ soạn thảo đường bay, kịch bản bay, và tổng hợp thành các bản tin phục vụ công tác huấn luyện tiêu đồ. Sản phẩm có giao diện thân thiện, có nhiều chức năng đáp ứng được nhu cầu thực tế. Các điểm nổi bật của tiêu đồ tổng hợp: Phần mềm tiêu đồ tổng hợp cho phép biên soạn các tình huống đường không một linh hoạt, nhanh chóng; Môi trường biên soạn được thể hiện trực quan bằng nhiều tầng, lớp. Từ thấp lên cao, tầng thấp nhất có tên là tầng “Bản đồ”, trên đó là tầng “Ồ vuông”, tầng “Radar” và tầng “Đường bay”. Tầng Bản đồ và tầng Đường bay được dùng chung cho nhiều khung biên soạn. Tầng Radar quản lý tọa độ và vùng quét của radar, phục vụ cho việc xuất bản tin PVCL. Tầng “Đường bay” bao gồm nhiều đường bay khác nhau. Mỗi đường bay được định nghĩa bằng một tập các thông tin: mã hiệu, kiểu loại, số lượng, độ cao, thời điểm xuất hiện... Tiếp theo là danh sách các điểm nút đại diện cho các điểm thông tin.

Tọa độ của các điểm nút trên đường bay được tính toán dựa trên tọa độ chuẩn, có độ chính xác phù hợp với công tác huấn luyện. Đường bay được thể hiện trực quan và chính xác trên màn hình. Đường nối giữa các điểm nút được tính theo thuật toán Catmull-Rom nên bảo đảm có sự đồng nhất. Quỹ đạo bay không có đỉnh nhọn và đường tự giao cắt không mong muốn. Chương trình cũng tự tính khoảng cách giữa các điểm nút, tốc độ trung bình, ... giữa các điểm nút và cả đường bay, hiển thị hợp lý để việc biên soạn đường bay thêm chính xác và thuận tiện. Công thức tính toán cự ly được điều chỉnh theo công thức đã trình bày ở phần trên. Có thể cài đặt cho từng điểm nút trong đường bay: độ cao, số lượng, thời điểm, hành vi, ... Các hình thái thay đổi cũng được thể hiện trực quan, tức thời trên màn hình. Có thể tăng độ chính xác của các đường bay bằng cách tăng số điểm trên quỹ đạo bay.

Hình sau là một biểu diễn của chương trình Tiêu đồ tổng hợp về các đường bay có trong một bài tập thực hành. Vùng trời quản lý liên quan đến Hà nội và các vùng lân cận; diện tích khoảng 600x600km.



Hình 8. Soạn thảo đường bay trên bản đồ ô vuông 5x5.

Các đường bay được quản lý trên không gian lớn nên khi tính toán đòi hỏi phải sử dụng các công thức hiệu chỉnh theo tọa độ vật lý. Kết quả tính toán khoảng cách giữa một số đường bay đi ngang trong chương trình cho kết quả như sau (các vĩ độ được lựa chọn tương ứng với vĩ độ của các điểm dân cư lớn):

BẢNG 2. SO SÁNH KẾT QUẢ NỘI SUY TRONG CHƯƠNG TRÌNH VÀ CÔNG THỨC (6):

VĨ ĐỘ	KINH ĐỘ ĐẦU	KINH ĐỘ CUỐI	KHOẢNG CÁCH KINH ĐỘ	THEO CÔNG THỨC (4)	CHƯƠNG TRÌNH - CÔNG THỨC (6)	SAI LỆCH
O	O	O	O	KM	KM	%
25.974	102.996	106.052	3.056	305.3180254	293.54	3.86 %
20.974	101.996	105.052	3.056	317.1199247	304.89	3.86 %
16.500	100.974	104.029	3.055	325.5300026	313.08	3.82 %
12.474	101.996	105.052	3.056	331.6052133	318.82	3.86 %
7.474	101.996	105.052	3.056	336.7368609	323.75	3.86 %

VII. KẾT LUẬN

Với việc sử dụng công thức Catmull-Rom hướng tâm, chương trình tiêu đồ tổng hợp đã thể hiện đường cong đáp ứng được mô tả về đường bay, bám gần sát điểm kiểm soát và bảo đảm không có đỉnh nhọn và sự đan cắt nội tại. Đối với các khu vực cần biểu diễn quy đạo bay với độ chính xác cao, có thể tăng số điểm trên quỹ đạo bay của mỗi đường bay.

Việc sử dụng bổ sung hệ số điều chỉnh trong việc tính độ rộng của một kinh độ là cần thiết đối với chương trình TĐTH. Kết quả tính độ dài đường bay so giữa thực tế và tính toán có sai số ổn định (khoảng 3.86%). Kết quả này hoàn toàn có thể chấp nhận cho các bài toán huấn luyện giám sát quản lý đường bay trên các bản đồ ô vuông.

LỜI CẢM ƠN

Tác giả chân thành cảm ơn đoàn E16, đoàn L26; đoàn D225- Tô Vĩnh Diện, ... đã giúp đỡ hoàn thành và đưa vào sử dụng thực tế phần mềm tiêu đồ tổng hợp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Hermite_polynomials
- [2] <https://splines.readthedocs.io/en/latest/euclidean/catmull-rom-properties.html>
- [3] E. Catmull and R. Rom. A class of local interpolating splines. Computer Aided Geometric Design, pages 317-326, 1974.
- [4] Cem Yuksel, Scott Schaefer, John Keyser. Parameterization and applications of Catmull-Rom curves. Computer-Aided Design. Volume 43, Issue 7, July 2011, Pages 747-755
- [5] P. J. Barry and R. N. Goldman. A recursive evaluation algorithm for a class of catmullrom splines. SIGGRAPH Computer Graphics, 22(4):199-204, 1988.
- [6] https://vi.wikipedia.org/wiki/Hệ_tọa_độ_địa_lý
- [7] https://vi.wikipedia.org/wiki/Hệ_tọa_độ_Descartes
- [8] <https://splines.readthedocs.io/en/latest/euclidean/catmull-rom-uniform.html>
- [9] <https://lucidar.me/en/mathematics/catmull-rom-splines/>

USE THE RADIAL CATMULL-ROM CURVE IN REPRESENTATION AND CALCULATION OF FLIGHT LENGTH

Abstract: This paper introduces a method for representing and calculating approximate velocity of flight paths in the application of synthetic target map training support using radial Catmull-Rom curves.

Keywords: Catmull-rom, flight path, grid map.



Nguyễn Quang Hải, thạc sỹ tự động hóa. Hiện công tác tại phòng thí nghiệm CNTT&TĐH, ban Phát triển thị trường và Cơ sở hạ tầng, Viện Ứng dụng Công nghệ, Bộ Khoa học và Công nghệ. Lĩnh vực nghiên cứu: Công nghệ thông tin, tự động hóa.

Email: mknguyen99@gmail.com