

ỨNG DỤNG KỸ THUẬT ĐỘT LỖ CHO MÃ TÍCH SỬ DỤNG MÃ HAMMING MỞ RỘNG VÀ MÃ KIỂM TRA CHẴN LẺ

Phạm Xuân Nghĩa*, Hoàng Văn Dũng*, Nguyễn Thị Hồng Nhung#, Khương Bảo Trung*,
Bùi Trọng Hoàng@

*Khoa Vô tuyến điện tử, Học viện Kỹ thuật quân sự

#Khoa Điện tử và Kỹ thuật máy tính, Trường Đại học Kinh tế kỹ thuật công nghiệp

@Phòng Bưu chính - Viễn thông, Sở Thông tin và Truyền thông

Tóm tắt: Sự phát triển nhanh chóng trong lĩnh vực truyền thông không dây đặt ra những yêu cầu về các kỹ thuật truyền dữ liệu tiên tiến và nâng cao hơn. Mã tích, trường hợp đơn giản nhất của mã liên kết, đã chứng minh khả năng kiểm soát lỗi và nâng cao hiệu suất của các hệ thống truyền dẫn số. Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất kết hợp sử dụng cấu trúc mã tích đơn giản, bao gồm mã Hamming mở rộng (EHC - Extended Hamming Codes) và mã kiểm tra chẵn lẻ (SPC - Single Parity Check Code), với kỹ thuật đột lỗ. Việc kết hợp cấu trúc mã tích với kỹ thuật đột lỗ cho phép nâng cao tỷ lệ mã hóa, giúp cải thiện khả năng thích ứng của hệ thống. Kết quả mô phỏng cho thấy, hệ thống truyền tin sử dụng mã tích, được xây dựng từ mã Hamming mở rộng (8,4) và mã SPC (4,3), kết hợp kỹ thuật đột lỗ ngẫu nhiên, đạt độ lợi SNR (Signal-to-Noise Ratio) lên tới 1dB so với việc chỉ sử dụng mã Hamming mở rộng (8,4) và 0,4 dB so với mã LDPC (32,16), trong khi tỷ lệ mã hóa không có sự thay đổi đáng kể. Kết quả nghiên cứu khẳng định tiềm năng của mã tích và kỹ thuật đột lỗ trong nâng cao hiệu suất cũng như tính linh hoạt của hệ thống truyền dẫn số.

Từ khóa: Mã tích, Extended Hamming codes, puncture, SPC, giải mã đối ngẫu.

I. MỞ ĐẦU

Mã tích (Product codes) được giới thiệu bởi Elias [1] như một trong những cấu trúc mã khối liên kết nối tiếp (Serially concatenated codes), đã được chứng minh tính hiệu quả vượt trội với khả năng kiểm soát lỗi cao được xây dựng thông qua việc kết hợp các mã thành phần đơn giản. Nhờ đó, mã tích có khả năng trở thành giải pháp thay thế cho các mã tối ưu như mã Turbo và mã LDPC [2-4]. Các nghiên cứu [5-7] sử dụng LDPC, RS và Turbo làm mã thành phần, nhưng LDPC thường có tỉ lệ mã hóa thấp và chỉ hoạt động tốt với chiều dài lớn, trong khi Turbo và RS có độ phức tạp tính toán cao. Nghiên cứu [8] cho thấy mã tích sử dụng mã Hamming làm thành phần có độ phức tạp thấp, tỉ lệ mã hóa cao và hiệu quả kiểm soát lỗi tương đương các cấu trúc mã tích khác.

Mã tích có thể được hình dung như một ma trận, trong đó mỗi hàng đại diện cho một từ mã của một mã thành phần và mỗi cột đại diện cho một từ mã của mã thành phần khác. Cấu trúc ma trận không chỉ đóng vai trò quan trọng trong việc nâng cao những hiểu biết lý thuyết mã hóa mà còn tạo nền tảng cho nhiều ứng dụng viễn thông hiện đại.

Công trình tiên phong của Elias [1] đã mở đường cho sự phát triển của các mã tích. Các khái niệm cơ bản về mã tích đã được tinh chỉnh thêm vào khuôn khổ của các mã nối tiếp bởi những nhà nghiên cứu nổi bật như Forney [9], Blokh, Zyablov [10,11] và Zinoviev [12]. Sự tiến triển này nhấn mạnh tầm quan trọng của mã tích trong việc cải thiện hiệu suất truyền tin cũng như nâng cao hiểu biết lý thuyết về các mã sửa lỗi trong lĩnh vực viễn thông.

Trong nghiên cứu của Elias [1], quá trình giải mã liên kết được giải mã bằng thuật toán Giải mã tuần tự (Sequentially Decoding) đối với từng hàng rồi từng cột. Sau sự xuất hiện mã Turbo [13], giải mã lặp được áp dụng cho mã liên kết với giải mã cho các mã khối thành phần là đầu vào mềm - đầu ra mềm (SISO - Soft Input Soft Output). Thuật toán Chase [14] và các cải tiến của nó [15-17] được sử dụng rộng rãi như là SISO cho mã khối. Gần đây thuật toán giải mã dựa trên mã đối ngẫu của Hartmann và Rudolf [18] vốn được đề xuất từ năm 1975 cho các mã khối và mã chập, đã được cải tiến để trở thành SISO trong miền Log [19].

Việc áp dụng các thuật toán giải mã đơn giản cho phép khắc phục nhược điểm lớn trong ứng dụng của mã tích, giúp chúng trở nên hấp dẫn hơn trong các ứng dụng hiện đại như viễn thông, lưu trữ dữ liệu. Gần đây, một giải pháp mới được đề xuất cho phép sử dụng mã tích với cấu trúc bao gồm các mã khối ngắn, chẳng hạn như mã Hamming mở rộng (EHC) được trình bày trong [4]. Việc sử dụng các mã thành phần độ dài ngắn cho phép giảm thiểu đáng kể độ phức tạp của quá trình mã hóa/giải mã, từ đó cải thiện độ trễ xử lý và đáp ứng điều kiện triển khai thực tế trên phần cứng.

Tuy nhiên, nhược điểm của mã tích vẫn còn tồn tại, bao gồm sự sụt giảm tỷ lệ mã hóa, khả năng thích ứng thấp và tính linh hoạt hạn chế. Đặc biệt, những thách thức về khả năng thích ứng và tính linh hoạt trong thiết kế hệ thống truyền thông số hiện đại đặt ra yêu cầu cao về khả năng sử dụng linh hoạt các phổ tần có sẵn và cung cấp hỗ trợ hiệu quả cho một tập hơn đa dạng các dịch vụ. Những yêu cầu

Tác giả liên hệ: Hoàng Văn Dũng

Email: dunghv198@mta.edu.vn

Đến tòa soạn: 20/01/2025, chỉnh sửa: 12/3/2025, chấp nhận đăng: 23/03/2025.

này chỉ ra rằng cần phải áp dụng các kỹ thuật mã hóa kênh linh hoạt nhằm nâng cao hiệu suất của hệ thống và đáp ứng đặc tính của kênh truyền.

Một giải pháp tiềm năng nhằm đáp ứng những yêu cầu trên là sử dụng kỹ thuật đột lỗ. Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng kỹ thuật đột lỗ cho phép cải thiện hiệu suất hệ thống truyền tin tiên tiến khi áp dụng cho các loại mã như mã tích chập (punctured convolutional codes) [29-22], polar đơn [23, 24], Turbo, LDPC [25-27] và mã Extended Hamming Product Codes [28,29]. Tuy nhiên, các cấu trúc này vẫn còn nhiều phức tạp do đặc điểm của thuật toán mã hóa/giải mã cho các mã thành phần.

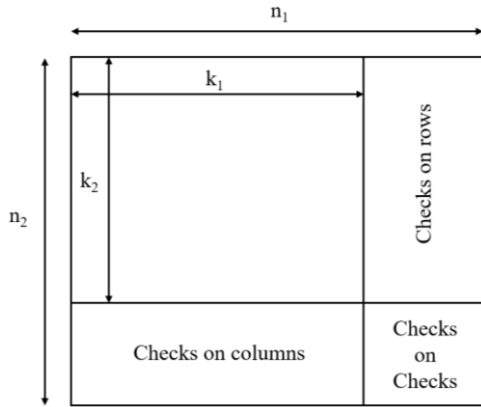
Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một giải pháp nhằm cải thiện tính linh hoạt trong việc sử dụng mã kênh cũng như khả năng nâng cao hiệu suất hệ thống truyền dẫn số. Giải pháp này dựa trên cấu trúc mã tích với các mã thành phần đơn giản là mã EHC và mã kiểm tra chẵn lẻ SPC, kết hợp với kỹ thuật đột lỗ.

Phần còn lại của bài báo sẽ được tổ chức như sau: Phần 2 mô tả cấu trúc hệ thống sử dụng mã tích đột lỗ và thuật toán giải mã cho các mã thành phần. Phần 3 trình bày cấu trúc mã tích đột lỗ đề xuất. Phần 4 cung cấp kết quả mô phỏng và đánh giá, và cuối cùng là phần kết luận.

II. MÔ HÌNH HỆ THỐNG

A. Cấu trúc mã tích EHCxSPC

Cấu trúc của mã tích điển hình được thể hiện trên Hình 1.



Hình 1. Cấu trúc mã tích $C^P(n_p, k_p, d_{\min}^P)$

Như được thể hiện trên Hình 1, mã tích $C^P(n_p, k_p, d_{\min}^P)$ bao gồm hai mã khối tuyến tính thành phần là mã EHC $C_1(n_1, k_1, d_1)$ và mã SPC $C_2(n_2, k_2, d_2)$ với tốc độ mã tương ứng là $R_1 = k_1/n_1$, $R_2 = k_2/n_2$. Trong đó: k_1, k_2 biểu thị độ dài bit tin; n_1, n_2 là độ dài từ mã của bộ mã C_1 và C_2 tương ứng và d_1, d_2 là khoảng cách Hamming cực tiểu.

Mã tích $C^P(n_p, k_p, d_{\min}^P) = C_1 \times C_2$ nhận được bằng cách sau:

1) Các bit thông tin được sắp xếp trong một ma trận kích thước $k_1 \times k_2$ với k_1 cột và k_2 hàng.

2) k_2 hàng của mã trận thông tin được mã hóa bởi mã C_1 bằng cách thêm $(n_1 - k_1)$ bit kiểm tra (parity check bits) cho mỗi hàng.

3) n_1 cột của mã trận được mã hóa bởi mã C_2 bằng cách thêm $(n_2 - k_2)$ bit kiểm tra (parity check bits) để tạo ra một ma trận được mã hóa kích thước $n_1 \times n_2$.

Như vậy, tất cả các hàng của ma trận là các từ mã thuộc bộ mã C_1 và tất cả các cột của ma trận bao gồm các từ mã thuộc bộ mã C_2 . Trong đó, $(n_1 - k_1)$ cột của ma trận là các từ mã thuộc bộ mã C_1 .

Bằng cách này, mã tích nhận được định nghĩa là $C^P(n_1 \times n_2, k_1 \times k_2, d_1 \times d_2)$ với tỷ lệ mã hóa bằng:

$$R_c = \frac{k_1 \times k_2}{n_1 \times n_2} = R_1 R_2 \quad (1)$$

Mã tích nhận được có khoảng cách tối thiểu $d_{\min}^P$ là tích của các tham số tương ứng của các mã thành phần, hay $d_{\min}^P = d_1 \times d_2$. Có thể thấy, khoảng cách Hamming cực tiểu của mã tích nhận được lớn hơn nhiều so với các mã thành phần C_1 và C_2 .

Các mã thành phần mạnh hơn cho các mã tích mạnh hơn nhưng đòi hỏi các thuật toán giải mã phức tạp hơn, và thường cản trở việc triển khai tốc độ dữ liệu cao. Điều này làm cho việc triển khai mã tích trong các ứng dụng truyền tin thực tế không có tính khả dụng. Mã EHC có thể coi là các mã thành phần điển hình của các lược đồ mã tích, vì chúng đơn giản và có thể được giải mã lặp bằng các thuật toán tối ưu hơn với độ phức tạp thấp. Mã SPC là một mã khối rất đơn giản chỉ có khả năng phát hiện lỗi. Việc kết hợp mã EHC và mã SPC trong cấu trúc mã tích là một ý tưởng khá táo bạo và thú vị nhằm đơn giản hóa mã tích.

B. Phương pháp giải mã thành phần cho mã tích EHC x SPC

Mã tích được giải mã bằng các sử dụng thuật toán giải mã lặp với SISO. Kể từ khi mã tích được giới thiệu, nhiều thuật toán giải mã đã được đề xuất, trong đó nổi bật là các thuật toán giải mã Pyndiah-Chase-II, Hartmann và Rudolf [2-4]. Các nghiên cứu trước đây đã chỉ ra rằng độ phức tạp của giải mã tối ưu tăng theo cấp số nhân với kích thước của mã tích, trong khi độ phức tạp của giải mã tích tăng theo cấp số nhân với kích thước của mã thành phần.

Phương pháp giải mã Viterbi đầu ra mềm (gần giống với giải mã MAP) cho mã thành phần, trên mã đối ngẫu đem lại chất lượng giải mã cao nhưng độ phức tạp vẫn quá lớn và không có tính khả dụng. Một giải pháp khác được đề xuất dựa trên thuật toán giải mã cho chất lượng kiểm soát lỗi cao và độ phức tạp chấp nhận được là thuật toán giải mã mềm SISO trong miền Log dựa trên không gian mã đối ngẫu [15], được áp dụng cho các mã khối. Phương pháp này có thể được ứng dụng để giải mã cho mã tích với mã thành phần là các mã khối ngắn, qua đó giúp giảm thiểu đáng kể độ phức tạp của hệ thống [26].

Xét trường hợp truyền tin trên kênh AWGN, khi truyền từ mã bất kỳ $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ của mã khối tuyến tính qua kênh, dưới tác động của nhiễu AWGN, tại đầu thu ta nhận được tin y .

Bộ giải điều chế sẽ tính toán tỷ lệ hợp lệ theo hàm log (Log-Likelihood Ratio - LLR) cho các nút tin nhận được $\hat{c}' = (\hat{c}'_1, \hat{c}'_2, \dots, \hat{c}'_n)$ nhằm xác định sự ảnh hưởng của tin y đến tin nhận $\hat{c}'$ và đưa vào bộ giải mã. Tỷ lệ hợp lệ theo hàm log cho mỗi bit mã được xác định bằng:

$$L(\hat{c}'_i) = \ln \left(\frac{Pr(y | \hat{c}'_i = 1)}{Pr(y | \hat{c}'_i = 0)} \right) \quad (2)$$

Với tin đầu vào mềm $L(\hat{c}'_i)$ nhận được từ bộ giải điều chế, bộ giải mã đối ngẫu tính toán giá trị mềm cho từng bit tin như sau [14]:

$$p_i = -\tanh \left(\frac{L(\hat{c}'_i)}{2} \right) = \frac{\exp(L(\hat{c}'_i)) - 1}{\exp(L(\hat{c}'_i)) + 1} \quad (3)$$

Khi đó, từ mã nhận được từ tất cả các bit tin trong không gian đối ngẫu được quyết định với điều kiện:

Bit $\bar{c}_i = 0$ khi:

$$P_i = \sum_{j=1}^{2^r} \prod_{\ell=1}^n p_{\ell}^{c'_{j\ell} \oplus \delta_{i\ell}} > 0 \quad (4)$$

Và ngược lại $\bar{c}_i = 1$.

Trong đó, n là chiều dài từ mã, $r = n - k$ là số lượng các bit kiểm tra, $\delta_{i\ell} = 1$ nếu $l = i$ và $\delta_{i\ell} = 0$ với các trường hợp còn lại.

Quá trình trên lặp đi lặp lại cho đến khi thỏa mãn điều kiện:

$$s = \bar{c} \otimes H^T = [0, 0, \dots, 0] \quad (5)$$

III. KỸ THUẬT ĐỘT LỖ CHO MÃ TÍCH EHCXSPC

Độ dài tùy ý của mã tích có thể thu được bằng kỹ thuật đột lỗ một số bit trong các từ mã. Việc sử dụng mã tích với các mã thành phần là mã khối đơn giản giúp đáp ứng các yêu cầu về độ phức tạp chấp nhận khi triển khai trên phần cứng vì các mã thành phần sử dụng là các mã khối tuyến tính độ dài ngắn cho phép mã hóa và giải mã đơn giản.

Kỹ thuật này được thực hiện thông qua việc xóa p bit trong cấu trúc mã tích kích thước $n_1 \times n_2$. Kết quả là một mã tích đột lỗ với tham số mới được tạo ra $C'_p = (n'_p, k'_p, d'_p)$.

Xét trường hợp mã tích $C^p(32, 12, 8)$ đơn giản được cấu trúc từ mã $C_1 - (8, 4, 4)$ EHC và mã $C_2 - (4, 3, 2)$ SPC.

$$C_{8 \times 4}^p(32, 12) =$$

$$= \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} & u_{1,4} & p_{1,5} & p_{1,6} & p_{1,7} & p_{1,8} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} & u_{2,4} & p_{2,5} & p_{2,6} & p_{2,7} & p_{2,8} \\ u_{3,1} & u_{3,2} & u_{3,3} & u_{3,4} & p_{3,5} & p_{3,6} & p_{3,7} & p_{3,8} \\ p_{4,1} & p_{4,2} & p_{4,3} & p_{4,4} & p_{4,5} & p_{4,6} & p_{4,7} & p_{4,8} \end{bmatrix}$$

Để mô tả việc áp dụng kỹ thuật đột lỗ cho mã tích dụng các mẫu đột ngẫu nhiên được minh họa trong các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Đột 16 bit parity: $C'_p(16, 12); R_c = 0,75$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trong đó P là ma trận đột với phần tử 1 tương ứng với vị trí bit bị đột lỗ.

Trường hợp 2: Đột ngẫu nhiên 1 bit của mỗi hàng: $C'_p(28, 12); R_c = 0,4286$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trường hợp 3: Đột ngẫu nhiên 1 bit parity của từ mã C_1 : $C'_p(28, 12); R_c = 0,4286$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Trường hợp 4: Đột ngẫu nhiên 1 bit parity: $C'_p(31, 12); R_c = 0,3871$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trường hợp 5: Đột ngẫu nhiên 1 bit infor: $C'_p(31, 12); R_c = 0,3871$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trường hợp 6: Đột 4 bit parity of parity: $C'_p(28, 12); R_c = 0,4286$

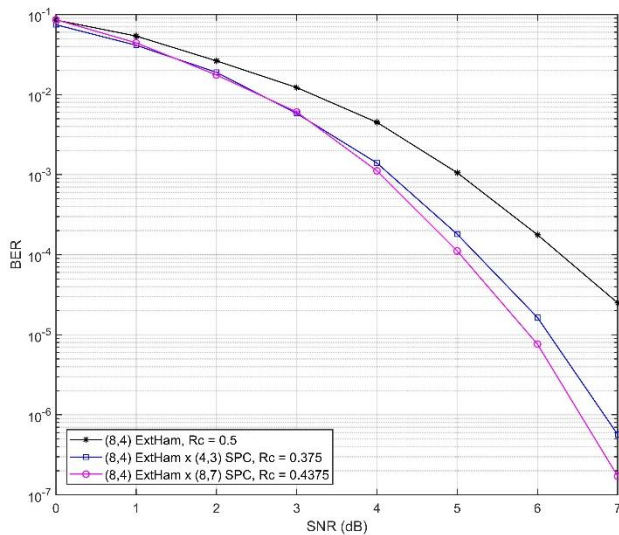
$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Như vậy, có thể thấy rằng thông qua việc sử dụng mã tích kết hợp kỹ thuật đột lỗ cho phép xây dựng các bộ mã với kích thước và tốc độ mã khác nhau. Điều này giúp nâng cao khả năng tùy biến, thích nghi linh hoạt trong các điều kiện khác nhau của mã tích. Phân tiếp theo, chúng tôi trình bày kết quả mô phỏng hệ thống truyền dẫn số sử dụng mã tích kết hợp kỹ thuật đột lỗ.

IV. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Tiến hành mô phỏng hệ thống truyền tin sử dụng mã tích EHC x SPC và mã tích EHCxSPC kết hợp kỹ thuật đột lỗ với mã thành phần là mã EHC và mã SPC. Mô phỏng hệ thống được thực hiện theo phương pháp Monte-Carlo trên kênh truyền AWGN với 15 vòng giải mã lặp cho các kịch bản mô phỏng sử dụng mã tích EHC x SPC kết hợp kỹ thuật đột lỗ với các mẫu đột khác nhau.

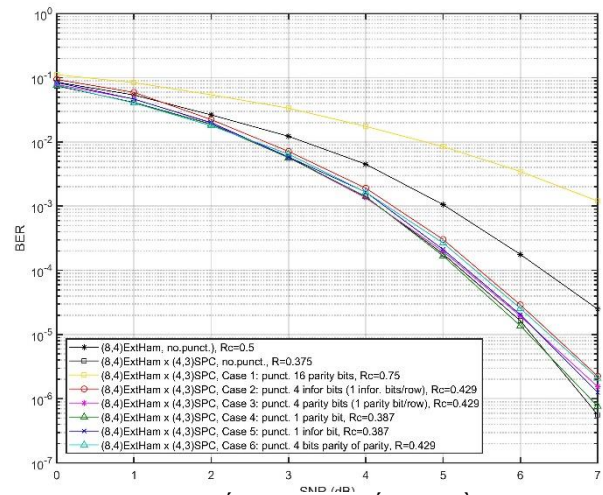
Trên Hình 2 thể hiện kết quả so sánh hiệu suất tỷ lệ lỗi bit (BER) giữa hệ thống truyền tin sử dụng mã tích EHCxSPC và hệ thống truyền tin truyền thống chỉ sử dụng mã (8,4)EHC.



Hình 2. Chất lượng hệ thống truyền tin sử dụng mã (8,4)EHC và mã tích EHC x SPC

Phân tích kết quả mô phỏng được thể hiện trên Hình 2. cho thấy rằng, hiệu suất của hệ thống sử dụng mã tích EHCxSPC được cải thiện đáng kể so với hệ thống chỉ sử dụng mã (8,4)EHC. Cụ thể, hệ thống sử dụng mã tích EHCxSPC đạt được độ lợi về tỷ lệ SNR lên đến 1dB và 1,2 dB (ở tỷ lệ BER=10⁻⁴) cho các trường hợp mã tích (8,4)EHCx(4,3)SPC và (8,4)EHCx(8,7)SPC tương ứng, so với trường hợp chỉ sử dụng mã (8,4)EHC truyền thống. Tuy nhiên, tỷ lệ mã hóa R_c giảm không đáng kể với mức giảm tương ứng là 0,125 và 0,0625.

Trên Hình 3. thể hiện kết quả mô phỏng hệ thống truyền tin sử dụng mã tích (8,4)EHC x (4,3)SPC kết hợp kỹ thuật đột lỗ với các mẫu đột khác nhau.



Hình 3. So sánh chất lượng hệ thống truyền tin sử dụng mã tích EHCxSPC kết hợp kỹ thuật đột lỗ

Phân tích kết quả mô phỏng được trình bày trên Hình 3 cho thấy rằng việc kết hợp sử dụng mã tích (8,4)EHC x (4,3)SPC với kỹ thuật đột lỗ ngoài việc đảm bảo khả năng cải thiện đáng kể về hiệu suất tương tự như trường hợp sử dụng mã tích không đột lỗ, mà còn giúp nâng cao tỷ lệ mã hóa cho hệ thống truyền tin. Đáng chú ý, trong trường hợp đột 4 bit (case 4,5) hệ thống đạt được độ lợi về tỷ lệ SNR tới 1 dB tại tỷ lệ BER = 10⁻⁵ so với trường hợp chỉ sử dụng mã (8,4)EHC truyền thống. Tuy nhiên, tỷ lệ mã hóa thay đổi không đáng kể 0,429 so với 0,5, tương ứng giảm 0,071. Có thể thấy rằng, chất lượng của hệ thống sử dụng mã tích (8,4)EHC x (4,3)SPC đột lỗ phụ thuộc vào tính chất cũng như số lượng bit bị đột. Cụ thể, phân tích kết quả mô phỏng cho phép đưa ra những nhận định quan trọng về việc lựa chọn mẫu đột khi sử dụng mã tích kết hợp kỹ thuật đột lỗ như sau:

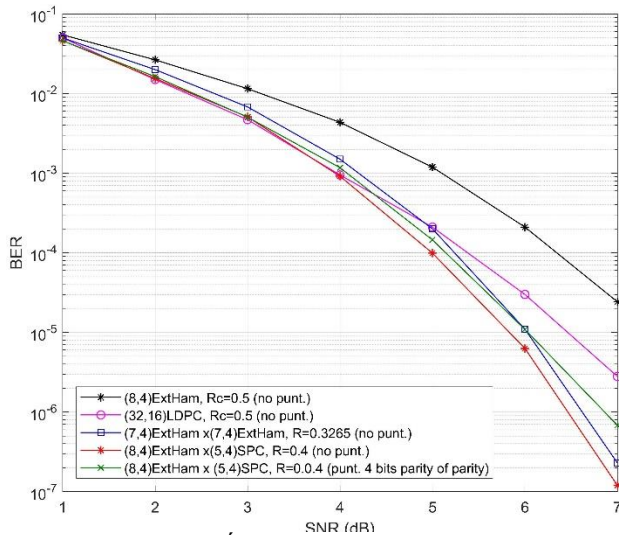
- **Đột các bit parity (case 1, 3, 4):** Cấu trúc mã thu được vẫn duy trì toàn bộ các bit thông tin gốc, điều này giúp bảo toàn khoảng cách tối thiểu ($d_{\min}$) ở mức cao và đạt được hiệu năng sửa lỗi tốt.

- **Đột các bit parity-of-parity (case 6):** Các bit này đóng vai trò như liên kết bổ sung giữa các bit parity cấp một. Việc đột này chỉ làm giảm hiệu suất hệ thống một cách không đáng kể so với mã tích không đột, với $d_{\min}$ giảm nhẹ. Tuy nhiên, hiệu suất tỷ lệ bit lỗi (BER) bị hạn chế hơn so với trường hợp chỉ đột các bit parity nếu lựa chọn kỹ lưỡng.

- **Đột các bit mang thông tin (case 2, 5):** Việc này gây mất mát thông tin gốc, ảnh hưởng mạnh đến $d_{\min}$. Tuy nhiên, nếu hệ thống có độ dư thừa đủ (được bảo vệ bởi các bit parity hai chiều) (case 2), bộ giải mã lặp có khả năng bù đắp, giúp hiệu suất gần tương tự như trường hợp đột các bit parity-of-parity.

Như vậy, việc lựa chọn số lượng và tính chất của các bit đột sẽ phụ thuộc vào cấu hình mã mong muốn, tỷ lệ mã cụ thể và khả năng kiểm soát lỗi. Các yếu tố này cần được xem xét một cách tổng thể để đảm bảo hiệu quả trong quá trình thiết kế và triển khai hệ thống truyền thông.

Trên Hình 4 trình bày kết quả so sánh hiệu suất của hệ thống sử dụng mã tích kết hợp kỹ thuật đột lỗ được đề xuất, so với các trường hợp sử dụng mã Hamming mở rộng (8,4), mã LDPC(32,16) và mã tích Hamming(7²,4²), (8,4)EHCx(5,4)SPC không đột lỗ.



Hình 4. So sánh chất lượng mã EHC, LDPC, mã tích và mã tích đột lỗ

Phân tích kết quả mô phỏng cho thấy rằng hệ thống sử dụng mã tích (8,4)EHC x (5,4)SPC kết hợp kỹ thuật đột lỗ (mẫu đột 4 bits parity of parity) đạt hiệu quả kiểm soát lỗi vượt trội đáng kể so với trường hợp sử dụng mã EHC(8,4) truyền thống, với độ lợi về tỷ lệ SNR đạt được lớn hơn 1 dB ($BER=10^{-5}$), trong khi tỷ lệ mã hóa thấp hơn 0,056. Đặc biệt, khi so sánh mã tích đột lỗ (8,4)EHC x (5,4)SPC với mã LDPC (32,16) [30] với cùng độ dài khối tin, mặc dù tỷ lệ mã hóa thấp hơn 0,0556, nhưng độ lợi về tỷ lệ SNR đạt tới 0,4 dB ($BER=10^{-5}$). Hơn thế nữa, khi so sánh với trường hợp mã tích không đột lỗ $(7^2, 4^2)$ Hamming² [8] và (8,4)EHCx(5,4)SPC, hiệu suất của mã tích đột lỗ (8,4)EHC x (5,4)SPC mang lại thay đổi không đáng kể với mức giảm chỉ 0,1 dB tại tỷ lệ $BER=10^{-5}$, trong khi tỷ lệ mã hóa cao hơn lần lượt tương ứng là 0,118 và 0,044.

Những phân tích trên không chỉ cung cấp cái nhìn sâu sắc về ảnh hưởng của mẫu đột đến hiệu suất và tính toàn vẹn của hệ thống sử dụng mã tích kết hợp với kỹ thuật đột lỗ, mà còn hỗ trợ trong việc lựa chọn cấu hình mã với các tỷ lệ mã hóa khác nhau nhằm tối ưu hóa thiết kế hệ thống truyền tin dựa trên việc sử dụng mã tích kết hợp kỹ thuật đột lỗ. Kết quả nghiên cứu đã chứng minh khả năng ứng dụng của mã tích đột lỗ kết hợp với các mã thành phần có độ dài ngắn, cùng với kỹ thuật đột lỗ, trong các hệ thống truyền dẫn số hiện đại yêu cầu độ trễ thấp và khả năng thích ứng cao.

V. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã trình bày một cấu trúc mã tích mới, trong đó mã thành phần bao gồm mã EHC và mã SPC. Quá trình giải mã được thực hiện thông qua thuật toán giải mã mềm SISO cho các mã khối thành phần, một phương pháp giải mã đơn giản với độ phức tạp chấp nhận được, dựa trên các đặc tính của không gian mã đối ngẫu. Việc kết hợp cấu trúc mã tích với kỹ thuật đột lỗ đã nâng cao tỷ lệ mã hóa, từ đó cải thiện khả năng thích ứng của hệ thống truyền dẫn số, đồng thời vẫn đảm bảo hiệu suất của hệ thống.

Kết quả mô phỏng cho hệ thống truyền tin sử dụng mã tích, được xây dựng từ mã Hamming mở rộng và mã SPC kết hợp với kỹ thuật đột lỗ thông qua các mẫu ngẫu nhiên, cho thấy rằng việc áp dụng mã tích cùng với kỹ thuật đột

lỗ mang lại độ lợi về tỷ lệ SNR lên tới 1 dB so với việc chỉ sử dụng mã Hamming mở rộng (8,4) và 0,4 dB so với mã LDPC (32,16). Tuy nhiên, hiệu suất của hệ thống truyền dẫn số cũng chịu ảnh hưởng đáng kể bởi các mẫu đột lỗ được áp dụng. Do đó, để tối ưu hóa hiệu suất của hệ thống truyền dẫn số, việc phát triển một chiến lược đột lỗ hiệu quả trong tương lai là cần thiết nhằm nâng cao hiệu quả của kỹ thuật này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] P. Elias, Error-free coding, IRE Trans. Inform Theory, vol. IT-4, pp. 29–37, Sept. 1954.
- [2] R. M. Pyndiah, Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes. IEEE Trans. Commun., vol. 46, no. 8, pp. 1003–1010, Aug. 1998.
- [3] J. Chen and M. Fossorier, Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes. IEEE Trans. Commun., vol. COM-50, pp. 406–414, March 2002.
- [4] F. Chiaraluce and R. Garello, Extended Hamming product codes analytical performance evaluation for low error rate applications. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 3, no. 6, pp. 2353–2361, Nov. 2004.
- [5] Guido Montorsi, Sergio Benedetto, Design of Spatially Coupled Turbo Product Codes for Optical Communications, 2021 11th International Symposium on Topics in Coding (ISTC), 2021.
- [6] Weigang Chen, Ting Wang, Changeai Han, Jinsheng Yang. Erasure-correction-enhanced iterative decoding for LDPC-RS product codes. China Communications, Vol. 18, Issue: 1, January 2021.
- [7] Xiao Ma; Qianfan Wang; Suihua Cai; Xinglin Xie, Implicit Partial Product-LDPC Codes Using Free-Ride Coding, ICC 2022 - IEEE International Conference on Communications, 2022.
- [8] Phạm Xuân Nghĩa, Nguyễn Thị Hồng Nhung, Giải mã tích bằng giải mã quyết định mềm dùng mã đối ngẫu đảm bảo tính khả dụng, Tạp chí Nghiên cứu Khoa học và Công nghệ Quân sự, số 57, trang 11- 17, 2018.
- [9] G. D. Forney, Jr., Concatenated Codes. Cambridge, MA: MIT Press, 1966.
- [10] B.B. Zyablov and E.L. Blokh. Linear Concatenated Codes. Moscow, 1982. In Russian, unofficial translation to english by Suhail Fawakhiri.
- [11] V. A. Zinov'ev. Generalized cascade codes. Problemy Peredachi Informatsii, 12(1), January 1976.
- [12] B. B. Zyablov and V. A. Zinoviev. Decoding of non-linear generalized cascade codes. Problemy Peredachi Informatsii, 14(2), 1978
- [13] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes (1), in IEEE Int. Conf. Communications ICC'93, vol. 2/3, pp. 1064–1071, May 1993.
- [14] D. Chase, A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information, IEEE Trans. Inform. Theory, vol IT-18, pp. 170–182, Jan. 1972.
- [15] O. Aitsab and R. Pyndiah, Performance of Reed-Solomon block turbo codes, in Proc. IEEE GLOBECOM'96 Conf., vol. 1/3, London, U.K., Nov. 1996, pp. 121–125.
- [16] R. Pyndiah, Iterative decoding of product codes: Block turbo codes, in Proc. IEEE Int. Symp. Turbo Codes &

- Related Topics, vol. 1/1, Brest, France, pp. 71–79, Sept. 1997.
- [17] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, Iterative decoding of binary block and Convolutional codes, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 42, pp. 429–445, Mar. 1996.
- [18] Hartmann, Carlos R. P. and Rudolph, Luther D., An Optimum Symbol-by-Symbol decoding rule for linear codes. (1975). Electrical Engineering and Computer Science - Technical Reports.
- [19] Nhung Nguyen Thi Hong, Nghia Pham Xuan and etc. Soft- decision decoding of hamming code based on dual codes. Journal of Military Science and Technolog, Vol. 46, 2016
- [20] J. Hagenauer, N. Seshadri and C. . E. W. Sundberg, The performance of rate-compatible punctured convolutional codes for digital mobile radio. in IEEE Transactions on Communications, vol. 38, no. 7, pp. 966-980, July 1990.
- [21] D. Haccoun and G. Begin, High-rate punctured convolutional codes for Viterbi and sequential decoding, in IEEE Transactions on Communications, vol. 37, no. 11, pp. 1113-1125, Nov. 1989.
- [22] Teimouri M. Blind reconstruction of punctured convolutional codes. Physical communication. 2021 Aug 1;47:101297.
- [23] R. Wang and R. Liu, A Novel Puncturing Scheme for Polar Codes," in IEEE Communications Letters, vol. 18, no. 12, pp. 2081-2084, Dec. 2014.
- [24] Han, S., Kim, B. and Ha, J., 2022. Rate-compatible punctured polar codes. IEEE Communications Letters, 26(4), pp.753-757.
- [25] Jeongseok Ha, Jaehong Kim and S. W. McLaughlin, Rate-compatible puncturing of low-density parity-check codes. in IEEE Transactions on Information Theory, vol. 50, no. 11, pp. 2824-2836, Nov. 2004.
- [26] Hassan, Rana A., and John P. Fonseka. Improving LDPC and turbo LDPC codes using Collection of Punctured Codes Decoding (CPCD). Physical Communication 53 (2022): 101689.
- [27] Cummins, A. D., Mitchell, D. G., & Perrins, E. (2024). Spectrally Efficient LDPC Codes for IRIG-106 Waveforms via Random Puncturing.
- [28] F. Chiaraluce and R. Garello, Some new results on extended Hamming product codes and punctured product codes, 2004 IEEE 59th Vehicular Technology Conference. VTC 2004-Spring (IEEE Cat. No.04CH37514), Milan, Italy, 2004, pp. 1033-1037 Vol.2.
- [29] Nguyen Thi Hong Nhung, Pham Xuan Nghia, Dinh The Cuong, Hoang Van Dung and Tran Anh Thang, Iterative decoding algorithm for product codes, ICERA 2024 (The 7th International Conference on Engineering Research and Applications – ICERA 2024).
- [30] S. Dolinar, K. Andrews, F. Pollara, and D. Divsalar, Bounded Angle Iterative Decoding of LDPC Codes, MILCOM 2008 - 2008 IEEE Military Communications Conference, 2008

UTILIZATION OF PUNCTURING TECHNIQUES IN PRODUCT CODES WITH EXTENDED HAMMING AND PARITY CHECK CODES

Abstract: The rapid advancements in wireless communication have necessitated the development of more sophisticated data transmission techniques. Product

codes, as one of the simplest forms of concatenated codes, have demonstrated their efficacy in error control and enhancement of performance in digital transmission systems. In this paper, we propose a novel approach that combines a simple Product code structure, incorporating Extended Hamming Codes (EHC) and Single Parity Check (SPC) codes, with a random puncturing technique. This integration allows for an improved coding rate and enhances the adaptability of the system. Simulation results demonstrate that the system using the Product code, constructed using (8,4,4)Extended Hamming Code and (4,3,2)SPC, with random puncturing, achieves an SNR gain of up to 1dB compared to the use of (8,4,4) Extended Hamming Code, and up to 0.4 dB compared to the use of (32,16) LDPC. These findings affirm the potential of turbo codes and puncturing techniques in enhancing both the performance and flexibility of digital transmission systems.

Keywords: product code, Extended Hamming codes, puncture, SPC, dual decoding



Phạm Xuân Nghĩa, Nhận học vị Tiến sỹ năm 2013. Hiện công tác tại Học viện Kỹ thuật quân sự. Lĩnh vực nghiên cứu: Lý thuyết thông tin, mã hóa kênh, xử lý tín hiệu, thông tin vô tuyến.

Email: nghiapx@mta.edu.vn



Hoàng Văn Dũng, Nhận học vị Tiến sỹ năm 2022. Hiện công tác tại Học viện Kỹ thuật quân sự. Lĩnh vực nghiên cứu: Lý thuyết thông tin, mã hóa kênh, kỹ thuật trải phổ, xử lý tín hiệu số.

Email: dunghv198@mta.edu.vn



Nguyễn Thị Hồng Nhung, Nhận học vị Tiến sỹ năm 2019. Hiện công tác tại Trường Đại học Kinh tế Kỹ thuật Công nghiệp. Lĩnh vực nghiên cứu: Lý thuyết thông tin, mã hóa kênh, kỹ thuật trải phổ, xử lý tín hiệu.

Email: nthnhung@uneti.edu.vn



Khương Bảo Trung, Kỹ sư tốt nghiệp năm 2015. Hiện công tác tại Học viện Kỹ thuật quân sự. Lĩnh vực nghiên cứu: Lý thuyết thông tin, mã hóa kênh.

Email: trungkb92@gmail.com



Bùi Trọng Hoàng, Thạc sĩ tốt nghiệp Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội. Hiện công tác tại Phòng Bưu chính - Viễn thông, Sở Thông tin và Truyền thông. Lĩnh vực nghiên cứu: Lý thuyết thông tin, mã hóa kênh, MIMO, truyền dẫn không dây.

Email: buitronghoang_sotttt@hanoi.gov.vn