

MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG CẦU TRỤC THEO PHƯƠNG PHÁP LAGRANGIAN

Phạm Thế Duy

Học Viện Công Nghệ Bưu Chính Viễn Thông Cơ Sở Thành Phố Hồ Chí Minh

Tóm tắt: Bài báo trình bày các phương pháp mô hình hóa hệ thống cầu trục 3D. Đầu tiên thực hiện việc xây dựng mô hình toán học của hệ thống cầu trục với chuyển động của tải theo ba trục, bằng cách áp dụng định luật 2 Newton cho chuyển động của tải trọng. Mặc dù đây là một hệ thống phi tuyến bậc cao, nhưng các phương trình lượng giác xấp xỉ cũng có thể sử dụng để xây dựng mô hình đơn giản cho hệ thống. Mô hình toán học đơn giản này có thể sử dụng cho việc thực hiện các bộ điều khiển với các ứng dụng đơn giản không yêu cầu độ chính xác cao. Tiếp theo bài báo trình bày việc thực hiện việc mô hình hóa hệ thống trong không gian trạng thái, các phương trình vi phân trong phần trước được sử dụng để xây dựng mô hình không gian trạng thái cho hệ thống với mười biến trạng thái cho ba ngõ vào và năm ngõ ra. Các mô hình không gian trạng thái này có thể sử dụng cho việc tính toán thiết kế các bộ điều khiển phi tuyến, cho các hệ thống yêu cầu độ chính xác điều khiển cao hơn. Cuối cùng bài báo mô tả việc thực hiện mô hình hóa đầy đủ hệ thống cầu trục với năm bậc tự do, ba bậc tự do cho ba trục chuyển động X, Y và Z, hai bậc tự do biểu diễn cho góc lệch của tải trọng khi nâng là α và β . Các phương trình động học của hệ thống được xác định bằng phương pháp Lagrangian. Mô hình đầy đủ đóng vai trò quan trọng trong việc quan sát trạng thái của tải trọng, dựa vào mô hình này có thể dự đoán được các góc lệch của tải nên có thể không cần sử dụng các bộ đo góc lệch thường có sai số lớn. Bài báo cũng thực hiện một số mô phỏng để đánh giá độ chính xác của các mô hình đã được xây dựng.

Từ khóa: Mô hình hóa hệ thống, điều khiển vị trí, điều khiển hệ thống cầu trục, mô hình hóa hệ thống cầu trục.

I. MỞ ĐẦU

Cầu trục ba chiều được sử dụng rộng rãi trong ngành công nghiệp bốc hàng hóa trên tàu, chúng sử dụng cho việc di chuyển các container đầy hoặc rỗng với tải trọng lên tới nâng tới 80 tấn, trên bến cảng hoặc giữa bến cảng và tàu vận chuyển. Như trên hình 1 là một cầu trục container sử dụng di chuyển và sắp xếp các container trên bến cảng. Các cầu trục ba chiều còn sử dụng trong các dây chuyền sản xuất ô tô, đóng tàu, máy bay, công nghiệp điện và các ngành sản xuất khác. Nhiều nghiên cứu đã được thực hiện

để tự động hóa cầu trục ba chiều với mục đích đảm bảo an toàn, tránh các tai nạn khi hoạt động và thay thế người vận hành.



Hình 1. Cầu trục di chuyển sắp xếp container trên bến cảng

Để thực hiện các hệ thống điều khiển cầu trục tự động, trước hết cần có mô hình toán học của nó. Các phương trình toán học mô tả hoạt động của cầu trục sẽ được sử dụng trong quá trình tính toán thiết kế các bộ điều khiển, theo các lý thuyết khác nhau nhằm đạt được tính ổn định và chất lượng hoạt động như mong muốn. Để có được các phương trình toán học mô tả hoạt động của cầu trục, bài báo này thực hiện việc mô hình hóa một cầu trục nhà xưởng ba chiều 20 tấn có cấu tạo như hình 1, với các tham số như trong bảng I.

Bảng I: Các tham số cầu trục nhà xưởng 20 tấn

Tham số	Đơn vị tính	Giá trị
Tốc độ cực đại	m/s	0,01
Gia tốc cực đại	m/s ²	0,02
Độ dài làm việc theo trục X	m	20
Độ dài làm việc theo trục Y	m	5
Độ dài dây	m	15
Khối lượng tải cực đại	Kg	20000
Khối lượng xe con	Kg	1300
Khối lượng ray chuyển động	Kg	2200

Tác giả liên hệ: Phạm Thế Duy,

Email: duypt@ptit.edu.vn

Đến tòa soạn: 11/2023, chỉnh sửa: 12/2023, chấp nhận đăng: 12/2023.

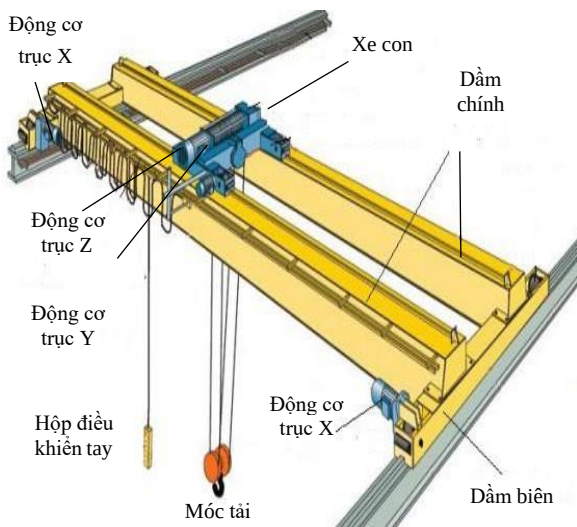
II. MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG CẦU TRỤC THEO LỰC TRÊN TẢI TRỌNG

Cầu trục ba chiều được truyền động ba trục như trên hình 2. Hai động cơ trục X truyền động để kéo toàn bộ hệ thống dầm chính có xe con nằm trên, chuyển động trên hai thanh ray đặt trên hai dầm sắt chữ I dọc theo xướng. Động cơ trục Y truyền động kéo xe con chuyển động trên hai thanh ray đặt trên hai dầm chính. Và động cơ trục Z truyền động để kéo tải lên xuống bằng dây. Như vậy, tải trọng di chuyển có thể chuyển động theo ba chiều.

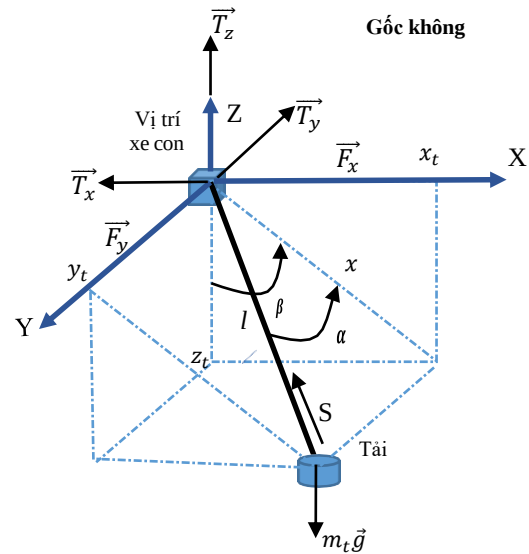
Với gốc không đánh dấu theo góc trong bên phải của sơ đồ lực như trên hình 3. Ký hiệu các thông số cơ học của hệ thống như trong bảng II.

Bảng II: Các thông số cơ học của hệ thống cầu trục

Thông số	Ký hiệu
Khối lượng tải trọng cần di chuyển	m_t
Khối lượng xe con	m_x
Khối lượng của hệ thống dầm chính	m_d
Vị trí của tải trọng theo trục X	x_t
Vị trí của tải trọng theo trục Y	y_t
Vị trí của tải trọng theo trục Z	z_t
Vị trí của xe con theo trục X	x_x
Vị trí của xe con theo trục Y	y_x
Lực tác động di chuyển hệ thống theo trục X	$\vec{F}_x$
Lực tác động di chuyển hệ thống theo trục Y	$\vec{F}_y$
Chiều dài của dây kéo tải	l
Lực căng theo trục X	$\vec{T}_x$
Lực căng theo trục Y	$\vec{T}_y$
Phản lực tác động khi nâng tải	S



Hình 2. Truyền động cho cầu trục xướng



Hình 3. Lực tác động trên hệ thống cầu trục

Các phương trình vị trí tải:

Theo hình 3 chúng ta có các quan hệ theo vị trí của tải trọng như sau:

$$\sin \beta = \frac{x_t}{x} \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{y_t}{l} \quad (2)$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{l} \quad (3)$$

$$\cos \beta = \frac{z_t}{x} \quad (4)$$

Sử dụng các phương trình từ (1) đến (4) suy ra:

$$x_t = l \cos \alpha \sin \beta \quad (5)$$

$$y_t = l \sin \alpha \quad (6)$$

$$z_t = l \cos \alpha \cos \beta \quad (7)$$

Và theo các phương trình (5) đến (7) thì vị trí của tải trong vùng làm việc sẽ là:

$$x_t = x_x + l \cos \alpha \sin \beta \quad (8)$$

$$y_t = y_x + l \sin \alpha \quad (9)$$

$$z_t = l \cos \alpha \cos \beta \quad (10)$$

1) Các phương trình động học:

Áp dụng định luật 2 Newton $F = ma$ cho các phương chuyển động của vật sẽ được:

$$m_t \ddot{x}_t = S_x \quad (11)$$

$$m_t \ddot{y}_t = S_y \quad (12)$$

$$m_t \ddot{z}_t = -S_z - m_t g \quad (13)$$

$$(m_x + m_d) \ddot{x}_x = F_x - T_x + S_x \quad (14)$$

$$m_x \ddot{y}_x = F_y - T_y + S_y \quad (15)$$

Với các thành phần theo các trục của phản lực tải trọng S là:

$$S_x = S \sin \alpha \sin \beta \quad (16)$$

$$S_y = S \cos \alpha \quad (17)$$

$$S_z = S \sin \alpha \cos \beta \quad (18)$$

Gọi các lực tác động vào mỗi trục của hệ thống cầu trục là N_x, N_y, N_z . Cân bằng giữa lực tác động ngõ vào và phản lực trên tải trọng ngõ ra, thay vào các phương trình (16), (17), và (18), có thể viết lại các phương trình động học của hệ thống cầu trục như sau:

$$\ddot{x}_t = \frac{N_z \cos \alpha \sin \beta}{m_t} \quad (19)$$

$$\ddot{y}_t = \frac{N_z \sin \alpha}{m_t} \quad (20)$$

$$\ddot{z}_t = \frac{-N_z \cos \alpha \cos \beta}{m_t} \quad (21)$$

$$\ddot{x}_x = \frac{N_x + N_z \cos \alpha \sin \beta}{m_x + m_d} \quad (22)$$

$$\ddot{y}_x = \frac{N_y + N_z \sin \alpha}{m_x} \quad (23)$$

Như vậy, mô hình động học của hệ thống cầu trục được mô tả bằng hệ phương trình vi phân phi tuyến bậc 2 bao gồm các phương trình từ (19) đến (23).

2) Đơn giản hóa phương trình động học:

Để đơn giản hóa các phương trình động học mô tả hệ thống từ (19) đến (23), cần sử dụng các giả sử xấp xỉ có thể trong quá trình hoạt động. Khi tải nặng, tốc độ di chuyển không yêu cầu cao, và khả năng chống rung lắc khi di chuyển tốt, có thể giả sử độ lệch của tải trọng theo trục Z nhỏ có thể bỏ qua. Trong thực tế, các hệ thống cầu trục thông thường sử dụng truyền động biến tần, cho phép hiệu chỉnh tốc độ khi bắt đầu và kết thúc chuyển động. Hoặc với các hệ thống cầu trục tự động có thể sử dụng các thuật toán chống rung lắc hiện đại [1] ~ [3], giả thiết này hoàn toàn có thể áp dụng. Mặt khác khi khả năng chống rung lắc tốt, hoặc độ chính xác điều khiển vị trí tải trọng không yêu cầu cao có thể giả sử các góc α và β rất nhỏ nên có thể bỏ qua. Với các giả thiết nêu trên có thể sử dụng các phép xấp xỉ lượng giác sau:

$$\cos \alpha \cong 1 \quad (24)$$

$$\sin \alpha \cong \alpha \quad (25)$$

$$\sin \beta \cong \beta \quad (27)$$

$$\sin \beta \cong \beta \quad (27)$$

Sử dụng các xấp xỉ này, thay vào các phương trình từ (19) đến (23), sẽ được mô hình động học của hệ thống cầu trục đơn giản hóa, với các lực tác động ngõ vào như sau:

$$\ddot{x}_t = \frac{N_z}{m_t} \beta \quad (28)$$

$$\ddot{y}_t = \frac{N_z}{m_t} \alpha \quad (29)$$

$$\ddot{z}_t = -\frac{N_z}{m_t} \quad (30)$$

$$\ddot{x}_x = \frac{N_x + N_z \beta}{(m_x + m_d)} \quad (31)$$

$$\ddot{y}_x = \frac{N_y + N_z \alpha}{m_x} \quad (32)$$

Như vậy với các giả thiết gần đúng, chúng ta có mô hình động học đơn giản cho hệ thống cầu trục. Mô hình này có thể hiệu chỉnh để cộng thêm các ảnh hưởng động học khác như: hệ số giảm chấn, hệ số nhớt, mô men quán tính do khối lượng của xe con, của dầm chính, ma sát chuyển động trên các trục, Khi tính đến các hệ số này, việc tính toán điều khiển sẽ chính xác hơn, tuy nhiên các giải thuật điều khiển sẽ phức tạp cần các thiết bị điều khiển tính toán tốc độ cao, theo thời gian thực với giá thành cao, khó ứng dụng vào thực tế. Mặt khác, các giải thuật điều khiển có thể bù cho các thông số còn thiếu bằng cách tính toán theo các tín hiệu hồi tiếp, hoặc kể cả các thông số hoạt động không thể đo lường được trong thực tế, như với các giải thuật điều khiển thích nghi [5], [6].

III. MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG CẦU TRỤC THEO KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

Chúng ta có thể sử dụng mô hình không gian trạng thái để mô tả hệ thống cầu trục. Đây là phương pháp mô hình hóa cho các hệ thống điều khiển có mức độ phức tạp cao. Trước tiên, cần hiệu chỉnh mô hình động học theo lực của hệ thống trong phần trước, để tạo ra tập biến tuyến tính cho mô hình không gian trạng thái của hệ thống. Trước tiên ký hiệu chiều dài của tải theo trục Z là z_x . Sử dụng các xấp xỉ đã sử dụng trong phần trước, các phương trình vị trí tải (8), (9), (10) sẽ ở dạng:

$$\dot{x}_t = \dot{x}_x + z_x \beta \quad (33)$$

$$\dot{y}_t = \dot{y}_x + z_x \alpha \quad (34)$$

$$\dot{z}_t = -\dot{z}_x \quad (35)$$

Tốc độ chuyển động của tải trọng sẽ tính được bằng cách lấy đạo hàm các phương trình (33), (34), (35).

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}_x + \dot{z}_x \beta + z_x \dot{\beta} \quad (36)$$

$$\ddot{y}_t = \ddot{y}_x + \dot{z}_x \alpha + z_x \dot{\alpha} \quad (37)$$

$$\ddot{z}_t = -\ddot{z}_x \quad (38)$$

Gia tốc chuyển động của tải trọng sẽ tính được bằng cách lấy đạo hàm bậc hai (33), (34), (35).

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}_x + \ddot{z}_x \beta + 2\dot{z}_x \dot{\alpha} + z_x \ddot{\alpha} \quad (39)$$

$$\ddot{y}_t = \ddot{y}_x + \ddot{z}_x \alpha + 2\dot{z}_x \dot{\alpha} + z_x \ddot{\alpha} \quad (40)$$

$$\ddot{z}_t = -\ddot{z}_x \quad (41)$$

Thực hiện các biến đổi (39)-(41) từ (19)-(23) chúng ta thành lập năm phương trình vi phân phi tuyến mô tả hệ thống, với các biến chưa biết $x_w, y_w, z_w, \alpha, \beta$ như sau:

$$\ddot{x}_X + \ddot{z}_X \beta + 2\dot{z}_X \dot{\alpha} + z_X \ddot{\alpha} = \frac{N_Z}{m_t} \beta \quad (42)$$

$$\ddot{y}_X + \ddot{z}_X \alpha + 2\dot{z}_X \dot{\alpha} + z_X \ddot{\alpha} = \frac{N_Z}{m_t} \alpha \quad (43)$$

$$\ddot{z}_X = -\frac{N_Z}{m_t} \quad (44)$$

$$\ddot{x}_X = \frac{N_X + N_Z \beta}{(m_X + m_d)} \quad (45)$$

$$\ddot{y}_X = \frac{N_Y + N_Z \alpha}{m_X} \quad (46)$$

Tập hợp nhỏ nhất của các biến độc lập tuyến tính của hệ thống, sao cho giá trị của các phần tử trong tập hợp biến tại thời điểm t_0 , cùng với các hàm cưỡng bức đã biết, xác định hoàn toàn giá trị của các biến hệ thống tại thời điểm $t \geq t_0$ được gọi là các biến trạng thái [5]. Tuyến tính hóa hệ thống phi tuyến bằng các biến trạng thái trong (47)-(56).

$$x_1 = x_X \quad (47)$$

$$x_2 = \dot{x}_X \quad (48)$$

$$x_3 = y_X \quad (49)$$

$$x_4 = \dot{y}_X \quad (50)$$

$$x_5 = \beta \quad (51)$$

$$x_6 = \dot{\beta} \quad (52)$$

$$x_7 = \alpha \quad (53)$$

$$x_8 = \dot{\alpha} \quad (54)$$

$$x_9 = z_X \quad (55)$$

$$x_{10} = \dot{z}_X \quad (56)$$

Một véc tơ bao gồm toàn bộ các phần tử là các biến trạng thái được gọi là véc tơ trạng thái [5]. Nó được biểu diễn bằng véc tơ. Các biến được đo bằng các encoder ở ngõ ra là véc tơ. Trong trường hợp này các biến $x_X, y_X, z_X, \alpha, \beta$ là các biến chưa biết. Theo các phương trình (47) – (56) các thể đặt các hàm ngõ ra như sau:

$$y_1 = x_X = x_1 \quad (57)$$

$$y_2 = y_X = x_3 \quad (58)$$

$$y_3 = \beta = x_5 \quad (59)$$

$$y_4 = \alpha = x_7 \quad (60)$$

$$y_5 = z_X = x_9 \quad (61)$$

Các biến ngõ vào là các lực điều khiển N_X, N_Y, N_Z chúng tạo thành một véc tơ ngõ vào $p \times 1: [u_1 \ u_2 \ ... u_m]^T$ với p là số ngõ vào. Một tập gồm n phương trình vi phân có n biến, trong đó n biến cần giải là các biến trạng thái được gọi là phương trình trạng thái [5]. Các vi phân trạng thái được tính trong các phương trình (42) – (46). Hệ phương trình trạng thái đơn giản hóa cho hệ thống cầu trục sẽ như sau:

$$\dot{x}_1 = x_X = x_2 \quad (62)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x}_X = \frac{N_X + N_Z x_5}{(m_X + m_d)} \quad (63)$$

$$\dot{x}_3 = y_X = x_4 \quad (64)$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{y}_X = \frac{N_Y + N_Z x_7}{m_X} \quad (65)$$

$$\dot{x}_5 = \dot{\beta} = x_6 \quad (66)$$

$$\dot{x}_6 = \ddot{\beta} = \frac{2 \frac{N_Z}{m_t} x_5 - \frac{N_X + N_Z x_5}{m_X + m_d} - 2x_{10} x_6}{x_9} \quad (67)$$

$$\dot{x}_7 = \dot{\alpha} = x_8 \quad (68)$$

$$\dot{x}_8 = \ddot{\alpha} = \frac{2 \frac{N_Z}{m_t} x_7 - \frac{N_Y + N_Z x_7}{m_X} - 2x_{10} x_8}{x_9} \quad (69)$$

$$\dot{x}_9 = \dot{z}_X = x_{10} \quad (70)$$

$$\dot{x}_{10} = \ddot{z}_X = -\frac{N_Z}{m_t} \quad (71)$$

Để biểu diễn hệ thống bằng hệ phương trình trạng thái chuẩn cần tìm các ma trận trạng thái A, B, C, D . Các thành phần của các ma trận trạng thái được biểu diễn bằng các phương trình (72)-(75).

$$a_{ij} = \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta x_j} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (72)$$

$$b_{ij} = \frac{\delta \dot{x}_i}{\delta u_j} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (73)$$

$$c_{ij} = \frac{\delta y_i}{\delta x_j} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (74)$$

$$d_{ij} = \frac{\delta y_i}{\delta u_j} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (75)$$

Tất cả các phương trình vi phân cho các thành phần của các ma trận trạng thái đều có thể tính toán được. Tuy nhiên, các ma trận A, B, C, D cần thỏa mãn điểm ổn định

$$x^0 = [x^0 \ \dot{x}^0 \ y^0 \ \dot{y}^0 \ \beta^0 \ \dot{\beta}^0 \ \alpha^0 \ \dot{\alpha}^0 \ z^0 \ \dot{z}^0]^T = [0000000000]^T,$$

và ngõ vào, do tất cả các đạo hàm của các biến trạng thái, các biến đo lường và các lực tác động cần bằng không, khi tải trọng chuyển động tới vị trí điều khiển.

IV. MÔ HÌNH HÓA HỆ THỐNG CẦU TRỤC THEO PHƯƠNG PHÁP LAGRANGIAN

Theo cơ học kinh điển dạng cơ bản của Lagrangian được định nghĩa là động năng K của hệ thống trừ đi thế năng hấp dẫn P [7]. Như vậy chúng ta có:

$$L = K - P \quad (76)$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (77)$$

$$P = m g l \quad (78)$$

Trong đó: m – khối lượng tải trọng

v – tốc độ

g – gia tốc trọng trường

l – độ dài dây, độ cao tải trọng

Trong trường hợp này K là động năng của cầu trục và tải trọng của nó. P xác định thế năng của tải trọng.

Đặt: $x=x_x$; $y=y_x$ thế vào các phương trình (8) – (10) được:

$$x_t = x + l \cos \alpha \sin \beta$$

$$y_t = y + l \sin \alpha$$

$$z_t = l \cos \alpha \cos \beta$$

Lấy đạo hàm hai vế các phương trình này sẽ được:

$$\dot{x}_t = \dot{x} + \dot{l} \cos \alpha \sin \beta - l \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta + l \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta$$

$$\dot{y}_t = \dot{y} + \dot{l} \sin \alpha - l \dot{\alpha} \cos \alpha$$

$$\dot{z}_t = -\dot{l} \cos \alpha \cos \beta + l \dot{\alpha} \sin \alpha \cos \beta + l \dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta$$

Vận tốc của tải trọng sẽ là:

$$v^2 = \dot{x}_t^2 + \dot{y}_t^2 + \dot{z}_t^2$$

$$v^2 = \dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{l} \cos \alpha \sin \beta - 2l\dot{\alpha}\dot{x} \sin \alpha \sin \beta +$$

$$2l\dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta + \dot{l}^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta -$$

$$2l\dot{l}\dot{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta + 2l\dot{l}\dot{\beta} \cos^2 \alpha \sin \beta \cos \beta$$

$$+ l^2 \dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - 2l^2 \dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta$$

$$+ l^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \dot{y}^2 + 2\dot{y}\dot{l} \sin \alpha + 2l\dot{y}\dot{\alpha} \cos \alpha$$

$$+ \dot{l}^2 \sin^2 \alpha + 2l\dot{l}\dot{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha + l^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha +$$

$$l^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta - 2l\dot{l}\dot{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta -$$

$$2l\dot{l}\dot{\beta} \cos^2 \alpha \sin \beta \cos \beta + l^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha + l^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta$$

$$+ 2l\dot{l}\dot{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta - 2l\dot{l}\dot{\beta} \cos^2 \alpha \sin \beta \cos \beta +$$

$$l^2 \dot{\alpha}^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + 2l^2 \dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \cos \beta$$

$$+ l^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta$$

Đơn giản hóa được:

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{l}^2 + 2\dot{x}(\dot{l} \cos \alpha \sin \beta - l \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta$$

$$+ l \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta) + 2\dot{y}(\dot{l} \sin \alpha + l \dot{\alpha} \cos \alpha) + l^2 \dot{\alpha}^2 +$$

$$l^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha$$

Tổng động năng của cầu trục sẽ là:

$$K = \frac{1}{2}((m_x + m_d + m_t)\dot{x}^2 + (m_x + m_t)\dot{y}^2 + m_t \dot{l}^2) + \frac{1}{2}m_t v^2$$

Thay v vào phương trình trên được:

$$K = \frac{1}{2}((m_x + m_d + m_t)\dot{x}^2 + (m_x + m_t)\dot{y}^2 + m_t \dot{l}^2 +$$

$$m_t \dot{x}(\dot{l} \cos \alpha \sin \beta - l \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta + l \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta)$$

$$+ m_t \dot{y}(\dot{l} \sin \alpha + l \dot{\alpha} \cos \alpha) + \frac{1}{2}m_t l^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_t l^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha$$

Thay vào (78) tổng thế năng của hệ thống là:

$$P = m_t g l + m_t g l \cos \alpha \cos \beta$$

Thay các giá trị của động năng K và thế năng P vào phương trình (76) sẽ được Lagrange của động lực hệ thống như sau:

$$L = \frac{1}{2}((m_x + m_d + m_t)\dot{x}^2 + (m_x + m_t)\dot{y}^2 + m_t \dot{l}^2 +$$

$$m_t \dot{x}(\dot{l} \cos \alpha \sin \beta - l \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta + l \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta)$$

$$+ m_t \dot{y}(\dot{l} \sin \alpha + l \dot{\alpha} \cos \alpha) + \frac{1}{2}m_t l^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m_t l^2 \dot{\beta}^2 \cos^2 \alpha$$

$$- m_t g l - m_t g l \cos \alpha \cos \beta$$

Công thức Euler – Lagrange của động học hệ thống:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad (79)$$

Trong đó: $i=1, 2, 3, 4, 5$ – bậc tự do

L – Lagrangian của động học hệ thống

q_i – Biến trạng thái

F_i – Lực

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = u_x \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial y_i} = u_y \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial z_i} = u_z \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta_i} = 0 \end{cases}$$

Lần lượt lấy đạo hàm riêng của L theo các biến trạng thái:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = (m_x + m_d + m_t)\ddot{x} + m_t \ddot{l} \cos \alpha \sin \beta$$

$$- m_t \dot{l} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta + m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta - m_t \dot{l} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta$$

$$- m_t \dot{l} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - m_t \dot{l} \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \sin \beta - m_t \dot{l} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta$$

$$+ m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta + m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta - m_t \dot{l} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta$$

$$- m_t \dot{l} \dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial y_i} = (m_x + m_d + m_t)\ddot{y} + m_t \ddot{l} \sin \alpha +$$

$$m_t \dot{l} \dot{\alpha} \cos \alpha + m_t \dot{l} \dot{\alpha} \cos \alpha + m_t \dot{l} \dot{\alpha} \cos \alpha - m_t \dot{l} \dot{\alpha}^2 \sin \alpha$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}} \right) - \frac{\partial L}{\partial l} = 2m_t \ddot{l} + m_t \dot{x} \cos \alpha \sin \beta - m_t \dot{x} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta$$

$$+ m_t \dot{x} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta + m_t \dot{y} \sin \alpha + m_t \dot{y} \dot{\alpha} \cos \alpha -$$

$$(-m_t \dot{x} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta + m_t \dot{x} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta + m_t \dot{y} \dot{\alpha} \cos \alpha +$$

$$m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos^2 \alpha + m_t \dot{l} \dot{\alpha}^2) - m_t g \cos \alpha \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = & -m_t \ddot{x} l \sin \alpha \sin \beta - m_t \dot{x} l \sin \alpha \sin \beta \\ & -m_t l \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta - m_t l \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta + m_t \dot{y} l \cos \alpha \\ & + m_t \dot{y} l \cos \alpha - m_t l \dot{\alpha} \sin \alpha + m_t l^2 \ddot{\alpha} + 2m_t l \dot{l} \dot{\alpha} - \\ & (-m_t \dot{x} l \sin \alpha \sin \beta - m_t l \dot{\alpha} \cos \alpha \sin \beta - \\ & m_t l \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta + m_t \dot{y} l \cos \alpha - m_t l \dot{\alpha} \sin \alpha \\ & -m_t l^2 \dot{\beta}^2 \sin \alpha \cos \alpha) + m_t g l \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta_i} = & m_t \ddot{x} l \cos \alpha \cos \beta + m_t \dot{x} l \cos \alpha \cos \beta \\ & -m_t l \dot{\alpha} \sin \alpha \cos \beta - m_t l \dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + m_t l^2 \dot{\beta} \cos^2 \alpha \\ & -2m_t l^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha + 2m_t l^2 \ddot{\beta} \cos^2 \alpha + 2m_t l \dot{l} \dot{\beta} \cos^2 \alpha \\ & -(m_t \dot{x} l \cos \alpha \cos \beta - m_t l \dot{\alpha} \sin \alpha \cos \beta - \\ & m_t l \dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta) + m_t g l \sin \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

Động lực học của hệ thống cầu trục ba chiều như sau:

$$\begin{cases} (m_x + m_d + m_t + m_l) \ddot{x} + m_t \ddot{l} \cos \alpha \sin \beta - 2m_t \dot{l} \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta \\ + 2m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta - m_t \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - m_t \dot{\alpha} \sin \alpha \sin \beta - \\ m_t l \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \sin \beta - 2m_t \dot{l} \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \beta + m_t \dot{l} \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta \\ - m_t l \dot{\beta}^2 \cos \alpha \sin \beta = u_x \\ (m_x + m_t + m_l) \ddot{y} + m_t \ddot{l} \sin \alpha + 2m_t \dot{l} \dot{\alpha} \cos \alpha + m_t l \ddot{\alpha} \cos \alpha \\ - m_t l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha = u_y \\ 2m_t \ddot{l} + m_t \dot{x} \cos \alpha \sin \beta + m_t \dot{y} \sin \alpha - m_t \dot{\beta} \cos^2 \alpha - m_t \dot{\alpha}^2 \\ - m_t g \cos \alpha \cos \beta = u_z \\ -m_t \ddot{x} l \sin \alpha \sin \beta + m_t \dot{y} l \cos \alpha + m_t l^2 \ddot{\alpha} + 2m_t l \dot{l} \dot{\alpha} \\ + m_t g l \cos \alpha \sin \beta = 0 \\ m_t \ddot{x} l \cos \alpha \cos \beta - 2m_t l^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha + 2m_t l^2 \ddot{\beta} \cos^2 \alpha \\ + 2m_t l \dot{\beta} \cos^2 \alpha + m_t g l \sin \alpha \cos \beta = 0 \end{cases} \quad (80)$$

Ở đây các lực ngõ vào cho hệ thống cầu trục ba chiều là u_x , u_y , và u_z . Để xác định các ma trận A , B , C , D của không gian trạng thái biểu diễn hệ thống có thể sử dụng điểm hoạt động ổn định:

$$x^0 = [x^0 \dot{x}^0 y^0 \dot{y}^0 \beta^0 \dot{\beta}^0 \alpha^0 \dot{\alpha}^0 l^0 \dot{l}^0]^T = [0000000000]^T$$

Kết quả cuối cùng mô hình động học của hệ thống trong không gian trạng thái là:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m_x + m_d + m_t} u_x + \frac{m_t g}{m_x + m_d + m_t} \beta \\ \ddot{y} = \frac{1}{m_x + m_t} u_y + \frac{m_t g}{m_x + m_t} \alpha \\ \ddot{\beta} = \frac{1}{l(m_x + m_d + m_t)} u_x + \frac{g(m_x + m_d + m_t + m_t)}{l(m_x + m_d + m_t)} \beta \\ \ddot{\alpha} = \frac{1}{l(m_x + m_t)} u_y + \frac{g(m_x + m_t + m_t)}{l(m_x + m_t)} \alpha \\ \ddot{l} = \frac{1}{2m_t} u_z \end{cases} \quad (81)$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_x = x_2 \quad (82)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x}_x = \frac{1}{m_x + m_d + m_t} u_x + \frac{m_t g}{m_x + m_d + m_t} \beta \quad (83)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{y}_x = x_4 \quad (84)$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{y}_x = \frac{1}{m_x + m_t} u_y + \frac{m_t g}{m_x + m_t} \alpha \quad (85)$$

$$\dot{x}_5 = \dot{\beta} = x_6 \quad (86)$$

$$\dot{x}_6 = \ddot{\beta} = \frac{1}{l(m_x + m_d + m_t)} u_x + \frac{g(m_x + m_d + m_t + m_t)}{l(m_x + m_d + m_t)} \beta \quad (87)$$

$$\dot{x}_7 = \dot{\alpha} = x_8 \quad (88)$$

$$\dot{x}_8 = \ddot{\alpha} = \frac{1}{l(m_x + m_t)} u_y + \frac{g(m_x + m_t + m_t)}{l(m_x + m_t)} \alpha \quad (89)$$

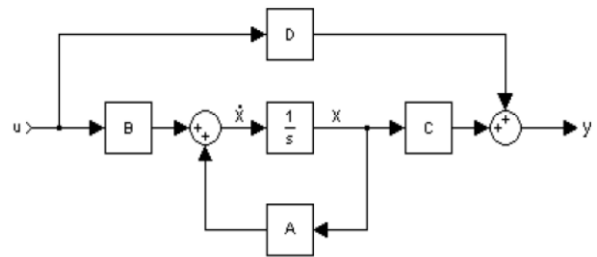
$$\dot{x}_9 = \dot{z}_x = x_{10} \quad (90)$$

$$\dot{x}_{10} = \ddot{z}_x = \frac{u_z}{2m_t} \quad (91)$$

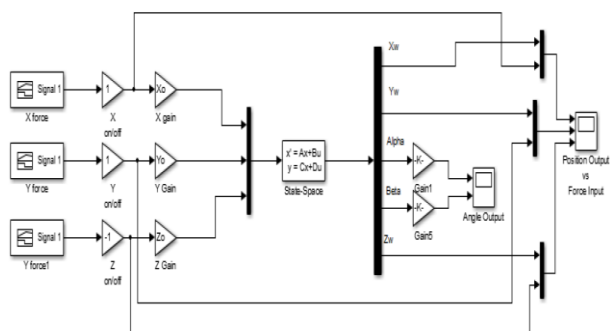
Với các phương trình này có thể xác định được các ma trận A , B , C , D của không gian trạng thái, cho phép quan sát và phân tích mô hình đầy đủ của cầu trục ba chiều, cũng như có thể mô phỏng và phân tích các góc lệch của tải trọng.

V. MÔ PHỎNG CÁC MÔ HÌNH ĐỘNG HỌC

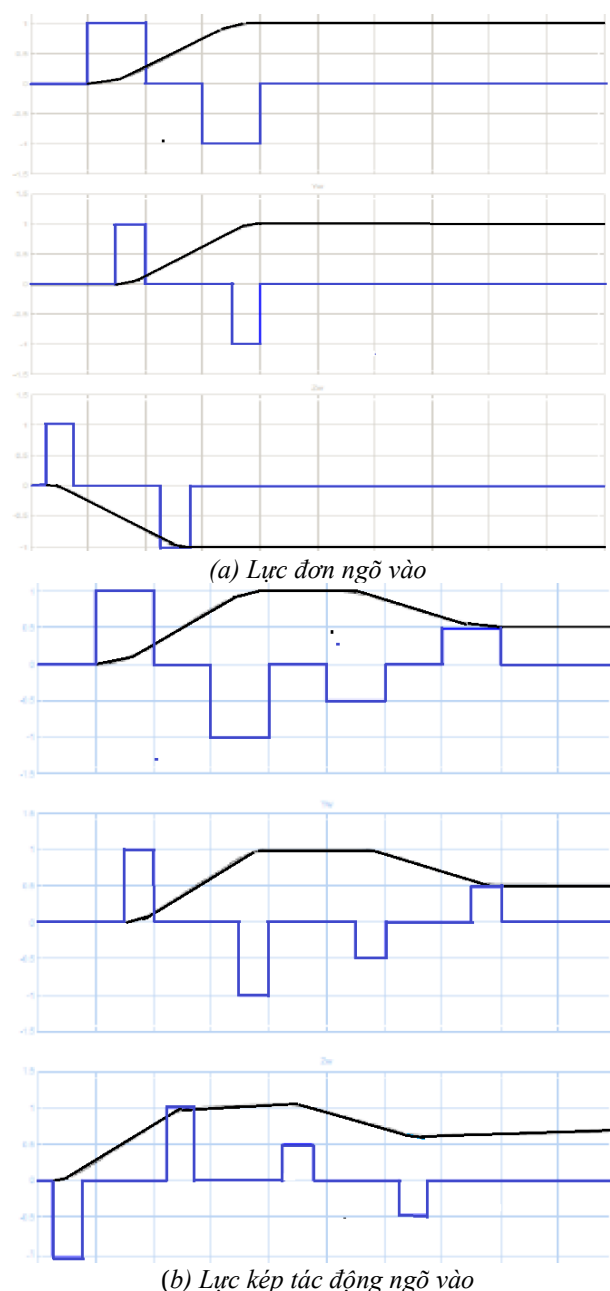
Để mô phỏng mô hình không gian trạng thái, có thể thay thế các ma trận của mô hình cầu trục và mô hình không gian trạng thái chuẩn của một hệ thống bất kỳ như trên hình 4. Và theo các phương trình đã xây dựng ở trên, có thể thực hiện có mô hình biểu diễn không gian trạng thái của hệ thống cầu trục trong Simulink để thực hiện mô phỏng hoạt động của hệ thống như hình 5.



Hình 4. Mô hình biểu diễn không gian trạng thái



Hình 5. Mô hình không gian trạng mô phỏng hệ thống cầu trục trong Simulink



Hình 6. Mô phỏng mô hình hệ thống cầu trục trong không gian trạng

Với các lực ngõ vào mô tả trong phần mô hình động ở trên, với độ lợi áp dụng cho lực tác động mỗi trục, có thể

mô phỏng hệ thống với sơ đồ khối như hình 5. Với một giá trị ngõ ra chúng ta cần thiết lập tập biến ngõ ra như trong (57) – (61). Hai loại lực tác động ngõ vào cho các ngõ ra như trên hình 6. Đường xung vuông là xung lực tác động ngõ vào, và đường còn lại biểu diễn vị trí tải trọng ở ngõ ra. Hình 6(a) biểu diễn ngõ ra với các xung lực đơn ngõ vào, có thể thấy rằng mô hình cho phép hệ thống đạt được vị trí mong muốn trên cả 3 trục chuyển động. Do trục Z chuyển động ngược với chiều biểu diễn trong mô hình lực nên ngõ vào được nhân với -1. Trên hình vẽ xung lực dương di chuyển tải trọng theo hướng tác động, khi tác động xung lực âm chuyển động sẽ giữ lại ở vị trí đã điều khiển đến.

Hình 6(b) mô tả ngõ ra với xung lực kép ở ngõ vào. Có thể thấy bằng cách tác động các xung lực kép, tải trọng được điều khiển tới hai vị trí khác nhau. Có thể thấy, trong cả hai trường hợp tác động lực đơn và kép, kết quả mô phỏng có độ chính xác khá tốt, tín hiệu ngõ ra hệ thống bám theo tín hiệu tác động ngõ vào.

VI. KẾT LUẬN

Bài báo thực hiện việc xây dựng mô hình toán học của hệ thống cầu trục với chuyển động của tải theo ba trục bằng các áp dụng định luật 2 Newton cho chuyển động của tải trọng. Mặc dù đây là một hệ thống phi tuyến bậc cao, nhưng các phương trình lượng giác xấp xỉ cũng có thể sử dụng để xây dựng mô hình đơn giản cho hệ thống. Mô hình toán học của hệ thống là phi tuyến với các phương trình vi phân bậc 2, sau khi thực hiện các xấp xỉ để tăng độ ổn định cho hệ thống.

Tiếp theo bài báo thực hiện việc mô hình hóa hệ thống trong không gian trạng thái, các phương trình vi phân trong phần trước được sử dụng để xây dựng mô hình không gian trạng thái cho hệ thống với 10 biến trạng thái 3 ngõ vào và 5 ngõ ra.

Và cuối cùng bài báo thực hiện việc mô hình hóa hệ thống theo phương pháp Lagrangian, với phương trình cơ học kinh điển Lagrangian thành lập bằng hiệu động năng trừ đi thế năng. Phương trình trạng thái được mô phỏng với các lực tác động đầu vào khác nhau cho thấy tín hiệu ra của mô hình bám tốt theo tín hiệu tác động ngõ vào.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Học Viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông (PTIT) cơ sở tại Thành phố Hồ Chí Minh trong đề tài có mã số 06-HV-2023-ĐT2.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Gyoung-Hahn Kim, Phuong-Tung Pham, Quang Hieu Ngo, and Quoc Chi Nguyen: "Neural Network-based Robust Anti-sway Control of an Industrial Crane Subjected to Hoisting Dynamics and Uncertain Hydrodynamic Forces". International Journal of Control, Automation and Systems 19(X), pp.1-9, (2021)
- [1] Yubin Miao, Fenglin Xu, Yanwei Hu, Jianping An and Ming Zhang: "Anti-swing control of the overhead crane system based on the harmony search radial basis function neural network algorithm". Advances in Mechanical Engineering Vol. 11(3), pp. 1–10 (2019).
- [2] Phuong-Tung Pham; Gyoung-Hahn Kim; Keum-Shik Hong: "Boundary Control of an Overhead Crane Hoisting

System with Flexible Rope in the Presence of Input Saturation". International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS) 20th, (2020).

- [3] Đặng Viết Phương Nam, Ngô Văn Thuần: Nhận dạng và giảm dao động cầu trục sử dụng mạng nơ ron nhân tạo. Tạp chí khoa học giáo dục kỹ thuật **22**, pp. 62-88 (2012)
- [4] John Wiley & Sons, Inc., Nise, N. S. Control Systems Engineering: Sixth Edition International Student Version. – Pomona: California State Polytechnic University, 2011. – 968 p.
- [5] Phạm Thế Duy, Nguyễn Huy Hùng: Thiết kế bộ điều khiển tốc độ bằng tải sử dụng điều khiển thích nghi mô hình tham chiếu hiệu chỉnh và toán tử tham chiếu có nhiều biên độ giới hạn, Tạp chí khoa học thông tin và truyền thông **23**(7), pp. 798-804 (2019).
- [6] Nguyễn Quốc Chí, Nguyễn Hùng, Điều khiển thích nghi cho cụm quán liêu trong hệ thống vận chuyển vật liệu mềm. Science and technology development Vol 18, 35-42 (2015)
- [7] Klee, H. Simulation of Dynamic Systems with MATLAB® and Simulink®. – Orland: University of Central Florida, 2007. – 762 p.



Phạm Thế Duy

Nhận học vị Thạc sĩ năm 1998

Hiện công tác tại Học viện Công Nghệ Bưu Chính Viễn thông Cơ Sở tại TP. Hồ Chí Minh

Lĩnh vực nghiên cứu: Hệ thống nhúng, Kỹ thuật điều khiển và tự động hóa.

MODELING OVERHEAD CRANE SYSTEM FOR AUTOMATIC CONTROL OF LOAD POSITION

Abstract: This article presents methods for modeling 3D crane systems. First, build a mathematical model of the crane system with load movement in three axes, by applying Newton's 2nd law to the load movement. Although this is a higher-order nonlinear system, approximate trigonometric equations can also be used to build a simple model of the system. This simple mathematical model can be used for implementing controllers for simple applications that do not require high precision. Following the article presenting the implementation of system modeling in state space, the differential equations in the previous section are used to build a state space model for the system with ten state variables for three inputs and five outputs. These state space models can be used for calculating and designing nonlinear controllers, for systems that require higher control accuracy. Finally, the article describes the implementation of full modeling of the crane system with five degrees of freedom. Three degrees of freedom for the three motion axes X, Y and Z, two degrees of freedom represent the deflection angle of the load when lifting, α and β . The dynamic equations of the system are determined using the Lagrangian method. The full model plays an important role in observing the state of the load. Based on this model, the deflection angles of the load can be predicted, so there is no need to use deflection angle gauges that often have errors. The article also performs some simulations to evaluate the accuracy of the built models.

Keywords - System modeling, position control system, crane system control, crane system modeling.